Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра высшей математики и физики

Фонд оценочных средств дисциплины

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования по направлению подготовки

05.03.02 «География»

Направленность (профиль):
Физическая география и ландшафтоведение

Квалификация:
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Рассмотрено и утверждено на заседании кафедры
21 декабря 2022 г., протокол № 5
Зав. кафедрой ______________ Зайцева И.В.

Автор-разработчик:
__________________________ Фадеев С.Н.

Санкт-Петербург 2022

1. Паспорт Фонда оценочных средств по дисциплине ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Таблица 1

№	Раздел / тема дисциплины	Формируемые компетенции	Наименование средств текущего контроля
1	Основные понятия теории вероятностей.	ОПК-1	Контрольная работа №1, фронтальный опрос
2	Случайные величины	ОПК-1	Контрольная работа №2
3	Математическая статистика и её основные задачи.	ОПК-1	Расчетное задание №1
4	Проверка статистических гипотез.	ОПК-1	Расчетное задание №2
5	Регрессионный и корреляционный анализ	ОПК-1	Расчетное задание №3
Форма промежуточной аттестации: экзамен			

2. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

Таблица 2

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций		Виды оценочных средств
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области математических и естественных наук, знания фундаментальных разделов наук о Земле при выполнении работ географической направленности	**ОПК-1.1.**	**Знать** базовые принципы и понятия теории вероятностей и математической статистики необходимые для формализации и решения профессиональных задач.	**Задания репродуктивного уровня:** Расчетное задание
		Уметь: применять базовые знания дисциплины при решении задач гидрометеорологии	**Задания реконструктивного уровня:** Расчетное задание
		Владеть: навыками применения базовых знаний и методов вероятностного и статистического характера при решении профессиональных задач.	**Задания практико-ориентированного исследовательского** Контрольная работа

3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 3.

Распределение баллов по видам учебной работы для очной формы обучения

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	Баллы
Посещение лекционных занятий	10
Контрольная работа №1	15

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	**Баллы**
Контрольная работа №2	15
Расчетное задание №1	10
Расчетное задание №2	10
Расчетное задание №3	10
Промежуточная аттестация	30
ИТОГО	**100**

Таблица 4.

Балльная шкала итоговой оценки на зачете

Оценка	**Баллы**
Зачтено	40-100
Незачтено	0-39

Курсовая работа не предусмотрена

4. Содержание оценочных средств текущего контроля. Критерии оценивания

Задания репродуктивного уровня и реконструктивного уровней:

Расчетное задание №1

Вариант 1

1) Из генеральной совокупности извлечена выборка значений признака X

X	3,5	3,8	4,0	4,7	5,1	5,8	6,1
частота n_i	2	3	5	3	4	2	1

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для математического ожидания признака X в предположении, что признак распределен по нормальному закону.

2) Для исследования доходов населения города сделана выборка из n жителей. В приведенных таблицах распределение жителей по месячному доходу (тыс.руб). Определить границы в которых с вероятностью заключен средний доход заключен жителей города с доверительными вероятностями 0.95 и 0.99.

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	116	196	278	189	147	74

Вариант 2

1)

X	-0,2	0.0	0,10	0,20	0,25	0,28	0,3
частота n_i	1	2	2	3	4	1	2

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	90	210	270	182	160	88

Вариант 3

X	7,5	7,8	8,0	8,1	8,2	9,2	9,8
частота n_i	2	2	5	4	5	1	1

Доход x_i тыс.руб.	Ме-нее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число Жителей n_i	108	196	250	212	124	110

Вариант 4

1)

X	3,5	3,8	4,0	4,5	5,1	5,4	6,0
частота n_i	1	2	5	3	4	1	2

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	72	180	300	202	148	98

Вариант 5

1)

X	–0,2	0.1	0,10	0,20	0,25	0,4	0,6
частота n_i	2	2	4	3	4	3	2

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	100	202	272	190	144	92

Вариант 6

1)

X	4,5	4,7	5,0	5,6	6,1	6,8	7,1
частота n_i	2	3	5	3	4	2	1

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число Жителей n_i	70	196	278	202	156	98

Вариант 7

1)

X	6,5	6,7	6,0	6,6	7,1	7,8	8,1
частота n_i	2	3	5	3	4	2	1

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	87	202	270	200	158	83

Вариант 8

1)

X	3,5	3,8	4,0	4,5	5,0	5,8	6,0
частота n_i	1	3	5	3	4	2	2

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	116	196	278	189	147	74

Вариант 9

1)

X	–0,25	–0.10	0,10	0,20	0,25	0,3	0,35
частота n_i	2	2	4	3	4	3	2

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 4	4-8	8-12	12-16	16-20	Свыше 20
Число жителей n_i	128	216	270	265	184	137

Вариант 10

1)

X	6,5	6,8	7,0	7,1	7,2	7,8	8,2
частота n_i	2	2	5	4	5	1	1

2)

Доход x_i тыс.руб.	Менее 5	5-10	10-15	15-20	20-25	Свыше 25
Число жителей n_i	58	96	239	328	147	132

Расчетное задание №2

Имеются статистические данные по количеству обращений в пункты обслуживания и ремонта. По критерию χ^2, проверить гипотезу о том, что количество обращений имеет распределение Пуассона. *Указание*: в качестве параметра a в распределении Пуассона взять выборочное среднее.

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	12	20	28	18	15	5	2

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	15	35	20	16	9	4	1

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	10	20	22	18	15	10	5

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	14	23	30	18	10	3	2

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	29	35	21	9	3	2	1

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	12	21	27	21	13	5	1

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	26	38	28	17	8	2	1

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	11	21	28	18	15	5	2

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	14	35	20	16	9	4	1

Число обращений за 1 час	0	1	2	3	4	5	6
Количество пунктов с данным числом обращений.	11	19	22	18	15	10	5

Расчетное задание №3

В таблице приведены данные: суточная выработка продукции Y (тонны) и величина основных производственных фондов X (млн. руб.) для совокупности 50 однотипных предприятий. Построить уравнение линейной регресии $y(x)$, $x(y)$. С уровнем значимости 0.05 проверить гипотезу о сильной корреляционной связи величин x, y.

<table>
<tr><td rowspan="2">Номер варианта равен номеру студента в группе.Величина ОФП, млн. руб.</td><td>Середины интервалов</td><td colspan="5">Суточная выработка продукции, тонны</td><td rowspan="2">Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.</td></tr>
<tr><td>y_i
x_i</td><td>7-11</td><td>11-15</td><td>15-19</td><td>19-23</td><td>23-27</td></tr>
<tr><td>20 - 24</td><td></td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>24 - 28</td><td></td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>28 - 32</td><td></td><td>0</td><td>3</td><td>11</td><td>7</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>32 - 36</td><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>36 - 40</td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">Величина ОФП, млн. руб.</td><td>Середины интервалов</td><td colspan="5">Суточная выработка продукции, тонны</td><td rowspan="2">Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.</td></tr>
<tr><td>y_i
x_i</td><td>7-11</td><td>11-15</td><td>15-19</td><td>19-23</td><td>23-27</td></tr>
<tr><td>16 - 20</td><td></td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>20 - 24</td><td></td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>24 - 28</td><td></td><td>0</td><td>3</td><td>11</td><td>7</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>28 - 32</td><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>32 - 36</td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		7-11	11-15	15-19	19-23	23-27	
	y_i x_i						
12 - 20		2	1	0	0	0	
20 - 28		3	6	4	0	0	
28 - 36		0	3	11	7	0	
36 - 44		0	1	2	6	2	
44 - 52		0	0	0	1	1	

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		7-11	11-15	15-19	19-23	23-27	
	y_i x_i						
30 - 34		2	1	0	0	0	
34 - 38		3	6	4	0	0	
38 - 42		0	3	11	7	0	
42 - 46		0	1	2	6	2	
46 - 50		0	0	0	1	1	

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		7-11	11-15	15-19	19-23	23-27	
	y_i x_i						
26 - 30		2	1	0	0	0	
30 - 34		3	6	4	0	0	
34 - 38		0	3	11	7	0	
38 - 42		0	1	2	6	2	
42 - 46		0	0	0	1	1	

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		8 -12	12- 16	16- 20	20- 24	24- 28	
	y_i x_i						
20 - 26		2	1	0	0	0	
26 - 32		3	6	4	0	0	
32 - 38		0	3	11	7	0	
38 - 44		0	1	2	6	2	
44 - 50		0	0	0	1	1	

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		10 -14	14 - 18	18 - 22	22 - 26	26 - 30	
	y_i x_i						
20 - 24		2	1	0	0	0	
24 - 28		3	6	4	0	0	
28 - 32		0	3	11	7	0	
32 - 36		0	1	2	6	2	
36 - 40		0	0	0	1	1	

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		7 - 11	11 - 15	15 - 19	19 - 23	23 - 27	
	y_i x_i						
21 - 25		2	1	0	0	0	
25 - 29		3	6	4	0	0	
29 - 33		0	3	11	7	0	
33 - 37		0	1	2	6	2	
37 - 41		0	0	0	1	1	

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		7-11	11-15	15-19	19-23	23-27	
	y_i x_i						
15 - 21		2	1	0	0	0	
21 - 27		3	6	4	0	0	
27 - 33		0	3	11	7	0	
33 - 39		0	1	2	6	2	
39 - 45		0	0	0	1	1	

Величина ОФП, млн. руб.	Середины интервалов	Суточная выработка продукции, тонны					Годовая средняя, $\bar{y}_i$, т.
		7-11	11-15	15-19	19-23	23-27	
	y_i x_i						
12 - 20		2	1	0	0	0	
20 - 28		3	6	4	0	0	
28 - 36		0	3	11	7	0	
36 - 44		0	1	2	6	2	
44 - 52		0	0	0	1	1	

Максимальное количество баллов за каждое задание +10. В случае ошибок сугубо расчетного характера количество баллов понижается. Минимальное количество баллов за расчетное задание +5.

Задания творческого уровня:

1. Контрольная работа

Контрольная работа содержит пять задач, охватывающих основные вопросы данной темы.

Критерии оценивания:

Максимальное количество баллов (+3) за каждую задачу выставляется за правильный ответ и подробное решение задачи. При допущенных ошибках сугубо вычислительного характера количество баллов понижается. Если неверен принцип решения задача не засчитывается. Минимальное количество баллов за контрольную работу +9.

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа №1

Основные понятия теории вероятностей

Вариант 1.

1) В партии из 20 изделий 4 нестандартных. Найти вероятность того, что среди пяти вытащенных изделий ровно 1 нестандартная.
2) В урне 4 белых и 7 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что шары одного цвета.
3) В партии изделий смешаны изделия трех заводов: 400 изделий первого завода, 400 изделий второго завода, 200 изделий третьего завода. Известно, что вероятности дефекта для изделий 1-го, 2-го и третьего заводов составляют соответственно 0.025, 0.05 и 0.1. Найти вероятность того, что изделие, взятое наугад из партии, не является дефектным.
4) В условиях задачи 3 из партии изделий выбирается наугад одно изделие. Оказалось, что оно не является дефектным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено на втором заводе.
5) В крупной партии электрических лампочек 20% бракованных. Покупается 5 лампочек. Найти вероятности того, не бракованными окажутся ровно четыре, не менее четырех.

Вариант 2.

1) Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что два наугад вытащенных билета окажутся выигрышными.
2) В урне 7 белых и 4 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что шары разных цветов.
3) В партии изделий 800 изделий 1-го завода, 150 изделий 2-го завода и 50 изделий третьего завода. Вероятности брака составляют: 0.01 - для первого завода, 0.1 – для второго и третьего заводов. Найти вероятность того, что наугад взятое из партии изделие является бракованным.
4) В условиях задачи 3 из партии выбирается одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено третьим заводом.
5) В крупной партии электрических лампочек 40% бракованных. Покупается 5 лампочек. Найти вероятность того, что ровно одна лампочка окажется бракованной, хотя бы одна окажется бракованной.

Вариант 3.

1) В лотерее 100 билетов, из них пять выигрышных. Покупается 3 билетов. Найти вероятность того, что выиграет хотя бы один билет.
2) Найти вероятность того, что две вынутых карты из колоды в 36 листов будут одного цвета.

3) В партии изделий 80 % процентов изделий 1-го завода, 10% изделий 2-го завода и 10% изделий 3-го завода. Вероятности брака составляют: 0.01 - для первого завода, 0.1 – для второго завода и 0.2 для третьего. Найти вероятность того, что наугад взятое из партии изделие не является бракованным.
4) В условиях задачи 3 из партии выбирается одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено 1-ым заводом.
5) В крупной партии электрических лампочек 20% бракованных. Покупается 5 лампочек. Найти вероятности того, что число не бракованных лампочек ровно четыре, не менее четырех.

Вариант 4.

1) В партии из 20 изделий 4 нестандартных. Найти вероятности того, что среди трех вытащенных изделий ровно 1 нестандартная, не менее одной стандартной.
2) В урне 2 красных и 7 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара красные.
3) В партии изделий смешаны изделия трех заводов: 600 изделий первого завода, 300 изделий второго завода, 100 изделий третьего завода. Известно, что вероятности дефекта для изделий 1-го, 2-го и третьего заводов составляют соответственно 0.025, 0.05 и 0.1. Найти вероятность того, что изделие, взятое наугад из партии, не является дефектным.
4) В условиях задачи 3 из партии изделий выбирается наугад одно изделие. Оказалось, что оно не является дефектным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено на втором заводе.
5) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.5. Какова вероятность пяти попаданий при десяти выстрелах.

Вариант 5.

1) Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что два наугад вытащенных билета окажутся выигрышными.
2) В урне 5 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что шары разных цветов.
3) В партии изделий 60 % процентов изделий 1-го завода, 30% изделий 2-го завода и 10% изделий третьего завода. Вероятности брака составляют: 0.05 - для первого завода, 0.1 – для второго и 0.2 для третьего завода. Найти вероятность того, что наугад взятое из партии изделие не является бракованным.
4) В условиях задачи 3 из партии выбирается одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено 3-им заводом.
5) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.8. Производится пять выстрелов. Найти вероятности а) четырех попаданий, б) хотя бы одного попадания.

Вариант 6.

1) В партии из 20 изделий 4 нестандартных. Найти вероятность того, что среди пяти вытащенных изделий ровно 1 нестандартная.
2) В урне 4 белых и 7 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что шары одного цвета.
3) В партии изделий смешаны изделия трех заводов: 400 изделий первого завода, 400 изделий второго завода, 200 изделий третьего завода. Известно, что вероятности дефекта для изделий 1-го, 2-го и третьего заводов составляют соответственно 0.025, 0.05 и 0.1. Найти вероятность того, что изделие, взятое наугад из партии, не является дефектным.
4) В условиях задачи 3 из партии изделий выбирается наугад одно изделие. Оказалось, что оно не является дефектным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено на втором заводе.
5) В крупной партии электрических лампочек 20% бракованных. Покупается 5 лампочек. Найти вероятности того, не бракованными окажутся ровно четыре, не менее четырех.

Вариант 7.

1) Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что два наугад вытащенных билета окажутся выигрышными.
2) В урне 7 белых и 4 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что шары разных цветов.
3) В партии изделий 800 изделий 1-го завода, 150 изделий 2-го завода и 50 изделий третьего завода. Вероятности брака составляют: 0.01 - для первого завода, 0.1 – для второго и третьего заводов. Найти вероятность того, что наугад взятое из партии изделие является бракованным.
4) В условиях задачи 3 из партии выбирается одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено третьим заводом.
5) В крупной партии электрических лампочек 40% бракованных. Покупается 5 лампочек. Найти вероятность того, что ровно одна лампочка окажется бракованной, хотя бы одна окажется бракованной.

Вариант 8.

1) В лотерее 100 билетов, из них пять выигрышных. Покупается 3 билетов. Найти вероятность того, что выиграет хотя бы один билет.
2) Найти вероятность того, что две вынутых карты из колоды в 36 листов будут одного цвета.
3) В партии изделий 80 % процентов изделий 1-го завода, 10% изделий 2-го завода и 10% изделий 3-го завода. Вероятности брака составляют: 0.01 - для первого завода, 0.1 – для второго завода и 0.2 для третьего. Найти вероятность того, что наугад взятое из партии изделие не является бракованным.
4) В условиях задачи 3 из партии выбирается одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено 1-ым заводом.
5) В крупной партии электрических лампочек 20% бракованных. Покупается 5 лампочек. Найти вероятности того, что число не бракованных лампочек ровно четыре, не менее четырех.

Вариант 9.

1) В партии из 20 изделий 4 нестандартных. Найти вероятности того, что среди трех вытащенных изделий ровно 1 нестандартная, не менее одной стандартной.
2) В урне 2 красных и 7 черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара красные.
3) В партии изделий смешаны изделия трех заводов: 600 изделий первого завода, 300 изделий второго завода, 100 изделий третьего завода. Известно, что вероятности дефекта для изделий 1-го, 2-го и третьего заводов составляют соответственно 0.025, 0.05 и 0.1. Найти вероятность того, что изделие, взятое наугад из партии, не является дефектным.
4) В условиях задачи 3 из партии изделий выбирается наугад одно изделие. Оказалось, что оно не является дефектным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено на втором заводе.
5) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.5. Какова вероятность пяти попаданий при десяти выстрелах.

Вариант 10.

1) Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что два наугад вытащенных билета окажутся выигрышными.
2) Найти вероятность того, что две вынутых карты из колоды в 36 листов будут разных мастей.
3) В партии изделий 60 % процентов изделий 1-го завода, 30% изделий 2-го завода и 10% изделий третьего завода. Вероятности брака составляют: 0.05 - для первого завода, 0.1

– для второго и 0.2 для третьего завода. Найти вероятность того, что наугад взятое из партии изделие не является бракованным.

4) В условиях задачи 3 из партии выбирается одно изделие. Оно оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие изготовлено 3-им заводом.

5) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.8. Производится пять выстрелов. Найти вероятности а) четырех попаданий, б) хотя бы одного попадания

Контрольная работа №2
Случайные величины

Вариант 1.

1) Случайная величина X распределена равномерно с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной 12. Найти вероятность попадания случайной величины на интервал [3, 9).
2) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ 0.5e^{-0.5t}, & t\ge 0 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания X в интервал [0, 2).

3) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания X на интервал [0, 5).
4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм. и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.9973 попадет данная случайная величина в результате испытания.
5) Цех выдает за смену n=1000 изделий, из которых в среднем 2% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 970 доброкачественных изделий.

Вариант 2

1) Плотность распределения случайной величины задана законом

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x<-4, \\ Const, & -4\le x<4 \\ 0, & x\ge 4. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания в интервал [-5, 2).

2) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ \mu e^{-\mu t}, & t\ge 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем ее математическое ожидание.

3) Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение ее длины X от проектной по абсолютной величине меньше 0.6 мм. Считая, что X распределена по нормальному закону с дисперсией 0.25 мм^2 , найти процент годных деталей среди изготовленных.
4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным нулю и с дисперсией 2.25 мм^2. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.99 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех производит шарики для подшипников. За смену производится n=10000 шариков.Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.05. Продукция проходит контроль, дефектные шарики бракуются и ссыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.99 он не оказался переполненным.

Вариант 3

1) Случайная величина X распределена равномерно с нулевым математическим ожиданием и дисперсией равной 3. Найти вероятность попадания случайной величины на интервал [0, 5).

2) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 2e^{-2t}, & t\ge 0\end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания X в интервал [0, 0.5).

3) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 0.5 и дисперсией, равной 0.16. Найти вероятность попадания X на интервал [0, 1).

4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным нулю и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.87 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех выдает за смену n=10000 изделий из которых в среднем 2% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 9500 доброкачественных изделий.

Вариант 4

1) Плотность распределения случайной величины задана законом

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ Const, & 1\le x<5\\ 0, & x\ge 5.\end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания в интервал [2, 7).

2) Электронная лампа работает исправно в течении случайного времени T, распределенного по показательному закону

$$f(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ \mu e^{-\mu t}, & t\ge 0\end{cases}$$

Найти вероятность того, что лампа проработает не меньше чем среднее время ее исправной работы.

3) Найти вероятность того, что случайная величина распределенная по нормальному закону отклонится от математического ожидания на величину больше чем σ.

4) Случайная величина X распределена нормально с нулевым мат. ожиданием и дисперсией 4 мм^2. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.95 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех производит шарики для подшипников. За смену производится n=1000 шариков.Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.01. Продукция проходит контроль, дефектные шарики бракуются и ссыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.95 он не оказался переполненным.

Вариант 5

1) Плотность распределения случайной величины задана законом

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x<1, \\ Const, & 1\le x<8 \\ 0, & x\ge 8. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания в интервал [0, 6).

2) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$F(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ 1-e^{-0.5t}, & t\ge 0 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания X в интервал [0, 2).

3) Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение ее длины X от проектной по абсолютной величине меньше 0.9 мм. Считая, что X распределена по нормальному закону с дисперсией 0.49 мм^2, найти процент годных деталей среди изготовленных.

4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм и со средним квадратическим отклонением 2 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.99 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Производится n =1000 независимых испытаний, в каждом из которых событие A наблюдается с вероятностью 1/4. Случайная величина X – число появлений A в n испытаниях. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который X попадет с вероятностью 0.95.

Вариант 6

1) Случайная величина X распределена равномерно с математическим ожиданием равным единице и дисперсией равной 12. Найти вероятность попадания случайной величины на интервал [4, 10).

2) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ 0.25e^{-0.25t}, & t\ge 0 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания X в интервал [0, 4).

3) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания X на интервал [0, 5).

4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 2 мм. и дисперсией 0.64 мм^2. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.95 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех выдает за смену n=1000 изделий. Вероятность брака равна 4% Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 950 доброкачественных изделий.

Вариант 7

1) Вероятность появления события A в некотором испытании равна 4/5 . Проводится восемь независимых испытаний. Случайная величина X – число появлений A . Найти вероятность того, что X примет значение не меньшее, чем ее математическое ожидание.

2) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания X на интервал [0, 5).
3) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм. и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.9973 попадет данная случайная величина в результате испытания.
4) Цех выдает за смену n=1000 изделий, из которых в среднем 2% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 970 доброкачественных изделий.
5) Цех производит шарики для подшипников. За смену производится n=10000 шариков.Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.01. Продукция проходит контроль, дефектные шарики бракуются и ссыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.99 он не оказался переполненным.

Вариант 8

1) Проводится 100 независимых испытаний, в каждом из которых событие *A* появляется с вероятностью 0.02. Найти вероятность того, что событие *A* появится ровно два раза, хотя бы два раза. Для вычислений можно использовать распределение Пуассона.
2) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 0.5 и дисперсией, равной 0.36. Найти вероятность попадания X на интервал [-0.5, 1).
3) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным нулю и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.95 попадет данная случайная величина в результате испытания.
4) Автомат изготавливает детали. Автомат не требует наладки при условии, что процент брака (отклонение детали от нужного размера) не превышает 0.5%. Изготовлено 4000 деталей. Определить максимальное число бракованных изделий, чтобы с вероятностью 0.99 считать, что автомат не требует наладки. Предполагается, что детали оказываются бракованными независимо друг от друга и автомат не должен давать систематической ошибки.
5) Цех выдает за смену n=2000 изделий. Вероятность брака равна 5% Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 1900 доброкачественных изделий.

Вариант 9

1) Вероятность появления события *A* в некотором испытании равна 1/5 . Проводится десять независимых испытаний. Случайная величина X – число появлений *A* . Найти вероятность того, что X примет значение не превышающее ее математического ожидания.
2) Найти вероятность того, что случайная величина распределенная по показательному закону отклонится от своего математического ожидания на величинц не большую σ (σ – среднее квадратическое отклонение).
3) Автомат изготавливает детали. Деталь считается годной, если отклонение ее длины X от проектной по абсолютной величине меньше 0.8 мм. Считая, что X распределена по нормальному закону с дисперсией 0.36 мм^2 , найти процент брака среди изготовленных деталей.
4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 6 мм и с дисперсией 2.25 мм^2. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.95 попадет данная случайная величина в результате испытания.
5) Цех производит шарики для подшипников. За смену производится n=3000 шариков для подшипников. Вероятность того, что шарик окажется дефектным равна 0.05. Продукция

проходит контроль, дефектные шарики бракуются и ссыпаются в специальный бункер. Определить на какое количество шариков должен быть рассчитан бункер, чтобы с вероятностью 0.997 он не оказался переполненным.

Вариант 10

1) Случайная величина X распределена равномерно с математическим ожиданием равным 2 и средним квадратическим отклонением $2\sqrt{3}$. Найти вероятность попадания случайной величины на интервал [0, 9).

2) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ 0.5e^{-0.5t}, & t\ge 0 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины и вероятность попадания X в интервал [0, 2).

3) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием равным 3 и дисперсией, равной 4. Найти вероятность попадания X на интервал [0, 5).

4) Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием равным 1 мм. и со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0.9973 попадет данная случайная величина в результате испытания.

5) Цех выдает за смену n=1500 изделий, из которых в среднем 4% дефектных. Найти приближенно вероятность того, что за смену будет изготовлено не менее 1430 доброкачественных изделий.

Таблица 7

Критерии оценивания контрольной работы студентов очной формы обучения

Критерий	**Баллы**
Студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.	15
Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении.	12
Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.	10
Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.	0
Итого	10-15

5. Содержание оценочных средств промежуточной аттестации. Критерии оценивания

Форма промежуточной аттестации по дисциплине **зачет.**

Форма проведения **зачета**: устно.

Перечень вопросов для подготовки к зачету

1) Предмет и основные понятия теории вероятностей (случайный эксперимент, пространство элементарных исходов, случайное событие). Примеры.
2) Операции над случайными событиями (сложение, умножение). Несовместные события. Достоверное, невозможное, противоположное событие. Примеры.
3) Статистическое определение вероятности. Примеры.
4) Классическое определение вероятности. Примеры.
5) Аксиомы теории вероятностей и простейшие следствия из них.
6) Аксиомы теории вероятностей. Теорема сложения вероятностей.
7) Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей.
8) Полная группа событий. Формула полной вероятности.
9) Полная группа событий. Формула Байеса.
10) Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
11) Случайные величины. Функция распределения и её свойства. Вероятность попадания случайной величины в интервал.
12) Дискретная случайная величина, её ряд распределения и функция распределения.
13) Непрерывная случайная величина. Плотность вероятности и функция распределения непрерывной случайной величины, их свойства.
14) Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
15) Дисперсия, среднеквадратическое отклонение случайной величины и их свойства.
16) Начальные и центральные моменты случайной величины.
17) Биномиальный закон распределения, математическое ожидание и дисперсия.
18) Закон распределения Пуассона, математическое ожидание и дисперсия.
19) Равномерный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
20) Показательный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
21) Нормальный закон распределения, плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсия.
22) Нормальный закон распределения. Функция распределения, функция Лапласа и её свойства. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в интервал. Правило "трёх сигм".
23) Системы случайных величин. Функция распределения системы двух случайных величин и её свойства. Независимость случайных величин.
24) Двумерная дискретная случайная величина и её матрица распределения. Независимость случайных величин.
25) Двумерная непрерывная случайная величина. Двумерная плотность вероятности и её свойства. Независимость случайных величин.
26) Условные законы распределения (условный ряд распределения, условная плотность вероятности).
27) Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент (ковариация) и коэффициент корреляции, их свойства. Зависимость и коррелированность.
28) Условное математическое ожидание и функция регрессии.
29) Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли.
30) Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа.
31) Математическая статистика и её основные задачи. Выборка. Выборочная функция распределения. Гистограмма.

32) Оценка параметра. Общие требования к оценкам (несмещённость, эффективность и состоятельность).
33) Выборочные моменты. Метод моментов для оценивания параметров распределения.
34) Несмещённая оценка математического ожидания.
35) Несмещённая оценка дисперсии.
36) Доверительный интервал и доверительная вероятность. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой случайной величины.
37) Проверка статистических гипотез. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости. Область допустимых значений и критическая область. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий.
38) Проверка гипотезы о виде закона распределения (критерий Пирсона χ^2).

Перечень практических заданий к зачету (формируемые компетенции ОПК-1)

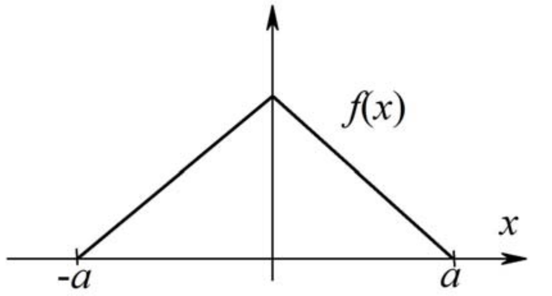
1) Из колоды карт в 36 листов вытаскивают две карты. Какова вероятность, что карты одной масти, разных мастей?
2) Бросается два игральных кубика. Найти вероятность того что сумма выпавших очков будет меньше 6.
3) В партии из 15 деталей пять бракованных. Какова вероятность, что из трех извлеченных деталей одна окажется бракованной?
4) Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что из двух купленных билетов хотя бы один окажется выигрышным.
5) В партии деталей 25% бракованных. Выбирается пять деталей. Какова вероятность, что среди отобранных число бракованных деталей ровно одна. Решить задачу в случае, когда число деталей равно 20, число деталей неизвестно, но очень велико.
6) Функция распределения случайной величины задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \dfrac{x^2}{25}, & 0 < x \le 5, \\ 1, & x > 5. \end{cases}$$

7) Найти вероятность попадания случайной величины в интервал (3, 6) , математическое ожидание, дисперсию.
8) В некотором испытании событие A появляется с вероятностью 1/4. Определить вероятность того, что в пяти испытаниях событие A появится:
   - ровно два раза;
   - ровно один раз;
   - хотя бы один раз.
9) В партии изделий 2% бракованных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий отобранных для контроля ровно 2 бракованных, хотя бы одна бракованная (для вычисления можно использовать распределение Пуассона)
10) Функция распределения случайной величины задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ (x-1)^2, & 1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

11) Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и вероятность попадания на интервал [0, 1.5).
12) Плотность распределения $f(x)$ случайной величины задана как



Найти $F(x), M[X], D[X], P(a/2 \le X < 2a)$

13) Случайная величина X распределена по показательному закону

$$f(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \ge 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем ее математическое ожидание.

14) Случайная величина распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина) 2 м. и с дисперсией D=0.25см^2. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который случайная величина попадет с вероятностью 0.9973.

15) Рассматривается случайная величина X – число выпадений шестерки при ста бросаниях игрального кубика. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который данная случайная величина попадет с вероятностью 0.95.

16) Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением σ_x = 20 мм и математическим ожиданием m_x = 0. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного не превзойдет по абсолютной величине 4 мм.

17) Средний диаметр подшипников должен составлять 35мм. Однако для выборки из 82 подшипников он составил 35,3. При исправленном среднем квадратичном отклонении 0,1мм и при 5% уровне значимости (доверительная вероятность равна 0.95) проверить гипотезу о том, что станок, на котором изготавливают подшипник, не требует подналадки.

18) Плотность распределения случайной величины X имеет вид $f(x)=\dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-2)^2}{32}}$

Найти вероятность попадания X на интервал $[-1.3, 4.3)$.

Таблица 6.

Критерии оценивания промежуточной аттестации в форме зачет

Критерий	Баллы
Студент решил задачу в билете, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, грамотно и четко изложил ответы на вопросы билета ,полностью ответил на дополнительные вопросы.	30
Студент решил задачу в билете, показал хорошие умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности.	20

Критерий	**Баллы**
Студент решил задачу в билете, но допустил существенные неточности и грубые ошибки в ответах на вопросы билета, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты.	15
Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.	0
Итого	0-30