

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность работы**

Проблема прогноза погоды является одной из важнейших проблем, имеющих большое научное и практическое значение. Главная трудность, возникающая при её решении, например, с помощью существующих моделей общей циркуляции атмосферы связана прежде всего с проблемой детерминистской предсказуемости состояния атмосферы, из-за которой предел предсказуемости является резко ограниченным и, по мнению большинства специалистов, составляет примерно одну-две недели.

Под предсказуемостью в метеорологии подразумевается возможность прогнозирования погоды с определенной точностью на различные временные интервалы. Изучение предсказуемости крупномасштабных процессов в атмосфере методами, основанными на гидродинамическом моделировании, требует больших вычислительных усилий, связанных с огромными затратами машинного времени, поэтому к решению проблемы предсказуемости следует привлекать также другие методы, в частности статистические, основанные на исследовании поведения климатической системы и описывающих её метеорологических последовательностей. Последние могут формироваться как непосредственно по эмпирическим данным, характеризующим атмосферу в локальных точках пространства, так и посредством усреднения «срочных» данных на некоторых временных интервалах (сутки, пентады, декады, месяцы, сезоны, годы) или по некоторому региону, так и с помощью аналитической аппроксимации геофизических полей рядами по ортогональным базисным функциям. В этом случае временные последовательности формируются из коэффициентов разложения (иначе из главных компонентов), являющихся случайными функциями времени.

Очевидно, что для разработки оптимальной статистической прогностической модели некоторого временного ряда, прежде всего, необходимо провести всесторонний анализ особенностей этого ряда и получить количественные характеристики этих особенностей. В качестве математического инструментария, с помощью которого выполняется анализ свойств временных рядов, можно применить комплекс различных методов, таких, как: цифровой спектральный анализ, Фурье-анализ, метод «гусеницы», *R/S*-анализ по Харсту, вейвлет-анализ, а также анализ с помощью методов качественной теории динамических систем. В связи со сказанным становится ясным, что умение извлечь объективную информацию о закономерностях, которые несет временной ряд, представляет собой сложную задачу.

Тема исследования была выбрана в связи с существованием в метеорологии различных точек зрения относительно изменения глобальной температуры воздуха и температуры воздуха в различных широтных зонах, а также влияния циркуляционных механизмов на эти изменения. Более определенные знания в области указанных проблем позволят выработать рекомендации для различных потребителей.

## **Цель и задачи исследования**

Цель диссертационной работы заключается в исследовании предсказуемости полей аномалий приземной температуры воздуха с использованием современных методов, что позволит улучшить качество долгосрочных прогнозов погоды.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Синтезировать временные последовательности коэффициентов разложения полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии с помощью метода эмпирических ортогональных составляющих и выявить информационное содержание этих разложений.

2. Проанализировать внутреннюю структуру рядов главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.

3. Определить размерности зональных аттракторов динамических систем, генерирующих временные ряды главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.

4. Проанализировать предсказуемость полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии на основе методов теории динамических систем.

5. Провести анализ фрактальных свойств временных рядов главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.

6. Оценить возможности статистического прогнозирования среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.

## **Методы исследования**

Для решения поставленных задач использовались современные методы статистического анализа, такие как методы теории динамических систем, статистическое моделирование, вейвлет-анализ, метод нормированного размаха, а также метод естественных ортогональных функций.

## **Научная новизна**

Новые результаты, полученные в диссертации, состоят в следующем:

1. На основе синтеза различных современных методов (методы теории динамических систем, вейвлет-анализ, статистическое моделирование и др.) предложена методика анализа предсказуемости атмосферных процессов.
2. Впервые с помощью методов качественной теории динамических систем обнаружены зональные аттракторы динамических систем, генерирующих временные ряды трех первых главных компонентов среднемесячных

аномалий приземной температуры в Северном полушарии; оценены размерности выявленных аттракторов.

3. Впервые методом нормированного размаха выявлены фрактальные свойства временных последовательностей главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.
4. Впервые исследована предсказуемость временных рядов трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий на основе методов качественной теории динамических систем.

**Теоретическая и практическая значимость работы** связана с тем, что впервые были использованы поля среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии за 1899 – 2002 гг. для анализа свойств временных последовательностей главных компонентов при помощи широкого арсенала методов, таких как: методы качественной теории динамических систем, вейвлет-анализ, метод нормированного размаха. На основе разнообразных статистических методов и методов теории динамических систем создана методика анализа предела предсказуемости. Полученные с помощью описанных методов качественные и количественные характеристики указанных временных рядов позволят разработать их оптимальные нелинейные модели, использование которых поможет улучшить качество среднесрочных и долгосрочных прогнозов, а также увеличить их заблаговременность.

Результаты диссертации могут быть использованы в научно-исследовательских институтах и оперативных подразделениях Росгидромета при разработке методов долгосрочных прогнозов погоды, при исследовании климата Земли, а также в учебном процессе в лекционных курсах «Методы статистической обработки гидрометеорологической информации», «Долгосрочные прогнозы погоды», «Климатология».

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Методика оценки предсказуемости на основе всестороннего анализа временных рядов с использованием методов теории динамических систем.
2. Численные оценки фрактальных характеристик и размерности аттракторов динамических систем, генерирующих зональные временные ряды среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.
3. Предел предсказуемости, как характеристика рассматриваемого процесса, может достигать десятков месяцев.
4. Построенная авторегрессионная модель главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии позволяет давать прогноз с максимальным упреждением до нескольких месяцев.

5. Показано, что использование недетерминированных базисных функций для аналитического представления совокупности полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии целесообразно.

**Обоснованность и достоверность результатов** полученных в диссертационной работе обусловлена аргументированностью исходных положений, логической непротиворечивостью рассуждений, корректным использованием современного математического аппарата и согласованностью полученных результатов и выводов с некоторыми частными результатами других авторов, фундаментальными теоретическими положениями и имеющимся эмпирическим материалом.

### **Апробация работы**

Результаты диссертации докладывались на: научно-практической конференции «Современные математические методы и новые информационные технологии при решении навигационных и военно-прикладных задач» (2000 г.); Итоговой сессии ученого совета РГГМУ (2003 г.); конференции молодых ученых, аспирантов и студентов «Изменение климата и окружающая среда» (2005 г.).

**Основные результаты работы опубликованы в 5** печатных работах, материалы использованы в научно-исследовательских отчетах кафедры метеорологических прогнозов РГГМУ.

**Работа состоит** из введения, пяти глав, заключения и списка использованных источников.

## **СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель и основные задачи исследования, перечислены положения, выносимые на защиту, а также определена научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы.

**Глава 1** посвящена представлению метеорологических полей посредством эмпирических ортогональных составляющих (ЭОС), а также всестороннему анализу синтезированных рядов главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.

**В разделе 1.1** кратко изложены теоретические основы метода эмпирических ортогональных составляющих.

Случайное поле можно аппроксимировать любыми фиксированными многочленами. Однако в этом случае представление сложных метеорологических полей, генерируемых нелинейными взаимодействиями процессов, протекающих в атмосфере и на подстилающей поверхности, приводит к их весьма грубой стилизации, а также к возникновению таких компонентов поля, которые не существуют в природе и не имеют физико-

метеорологического смысла. Это относится к таким часто используемым базисам, как тригонометрические функции, полиномы Лежандра (сферические функции) и полиномы Чебышева. А применение статистически оптимального разложения, т.е. разложения случайных полей по эмпирическим ортогональным составляющим, ведет к уменьшению влияния искусственности, возникающей при использовании классических ортогональных многочленов.

Главная выгода метода ЭОС состоит в том, что основная информация о состоянии поля во многих точках сосредотачивается в немногих слагаемых, причем эти слагаемые в статистическом смысле наилучшим образом отвечают природе рассматриваемых исходных полей. Также несомненно важным оказывается и то, что изменение во времени коэффициентов разложения (главных компонент) будет носить более плавный регулярный характер, иметь лучше выявляемые закономерности, чем изменения самих предварительно необработанных исходных данных. Сказанное выше обусловило широкое применение метода ЭОС для получения статистических выводов из эмпирической информации.

**Раздел 1.2** содержит описание исходных данных по среднемесячным аномалиям приземной температуры в Северном полушарии.

В работе использовались данные по среднемесячным аномалиям приземной температуры в Северном полушарии из архива National Center for Atmospheric Research (NCAR), рассчитанные по стандартному климату (1960 – 1980 гг.) и представленные в узлах регулярной широтно-долготной сетки с шагом  $5^\circ \times 5^\circ$ . Сетка покрывает все Северное полушарие, начиная с полюса. Временной диапазон данных с января 1899г. по декабрь 2002г. Отметим, что исходные данные содержали пропуски, которые по возможности были восстановлены.

**В разделе 1.3** рассматривается аппроксимация естественными ортогональными функциями полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии за 1899 – 2002 гг. в области широт  $15^\circ$  с.ш. –  $75^\circ$  с.ш. При этом широты с  $0^\circ$  с.ш. по  $10^\circ$  с.ш., а также  $80^\circ$  с.ш. и  $85^\circ$  с.ш. были исключены из рассмотрения в связи с отсутствием большого количества исходных данных. В результате проведенного разложения получены собственные числа и собственные векторы корреляционных матриц – эмпирические ортогональные функции, а также коэффициенты разложения (главные компоненты), описывающие амплитуду естественных колебаний рассматриваемых полей при переходе от одной синоптической ситуации к другой.

Согласно теории метода эмпирических ортогональных составляющих, вклад каждого естественного колебания в общую дисперсию определяется величиной соответствующего собственного числа  $\lambda_i$  матрицы ковариаций. Был проведен расчет выборочной дисперсии  $d_i = \left( I_i / \sum_{i=1}^N I_i \right) \cdot 100\%$ , приходящейся на  $i$ -ое собственное число, а также доли суммарной дисперсии

$$d_{sum} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{\sum_{i=1}^N I_i} \right) \cdot 100\%, \text{ описываемой } n \text{ членами ряда } (i = 1, 2, 3, \dots, n, \dots, N;$$

$N = 72$ ). Результаты расчета выборочной дисперсии и доли суммарной дисперсии для  $i = 1, \dots, 20$  для всех месяцев и широт показали, что наибольший вклад в общую дисперсию процесса вносят первые члены раскладываемого ряда, описывающие самые крупномасштабные колебания. С увеличением порядкового номера эмпирической ортогональной функции их вклад заметно уменьшается.

Анализ выборочной дисперсии, приходящейся на три первых собственных числа, показал, что вклад трех первых естественных колебаний в общую дисперсию температурного поля неодинаков в разных частях Северного полушария. Так, в экваториальной зоне и в области средних широт основной вклад в общую дисперсию процесса вносят первое – третье естественные колебания среднемесячных аномалий приземной температуры, а в околополюсной зоне основную дисперсионную нагрузку несет первое естественное колебание. Последнее объясняется увеличением коррелятивности процессов вследствие уменьшения шага расчетной сетки из-за сходимости меридианов к полюсу в точку, а также доминирующей ролью процессов глобального масштаба, тогда как в низких и, особенно, в средних широтах существенную роль играют и процессы меньших масштабов.

Из совокупности рассматриваемых параллелей выделены  $15^\circ$  с.ш. и  $20^\circ$  с.ш., представляющие отличную от других широт картину максимальных и минимальных вкладов первого – третьего естественных колебаний в общую дисперсию разложения. На этих широтах максимальный вклад в общую дисперсию первого естественного колебания приходится на август, минимальный на конец зимы – начало весны. Вероятно, это связано с тем, что в этих широтах, где площадь океана во много раз превышает площадь материков, наряду с огромным влиянием на циркуляционные процессы океана во взаимодействующей системе атмосфера-океан, важную роль играют процессы муссонной циркуляции, достигающие своего апогея летом и зимой. Существенным представляется и то, что в рассмотрение, к сожалению, не были включены широты с  $0^\circ$  с.ш. по  $10^\circ$  с.ш., довольно важные для понимания процессов, происходящих в этой области. Совместный анализ широтной зоны с  $0^\circ$  с.ш. по  $20^\circ$  с.ш., возможно, позволил бы сделать большие обобщения. Для остальных рассмотренных широт первое естественное колебание дает наибольший вклад в общую дисперсию зимой и в первый месяц весны, наименьшие значения первого естественного колебания наблюдаются, в основном, летом. Полученные значения вкладов естественных колебаний в общую дисперсию разложения хорошо согласуются с результатами Е.С. Рубинштейн и, вероятно, объясняются тем, что первое естественное колебание отражает крупномасштабные процессы, обусловленные в основном контрастом температур между материками и океанами, а разница температур в указанной системе, естественно, выше в зимний период года и ниже летом.

Оценка точности сходимости разложений полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии показала, что для

описания примерно 90% общей дисперсии процесса необходимо от 5 (околополюсная область) до 17 главных компонентов (тропическая зона). Для описания наиболее крупномасштабных процессов (около 2/3 общей дисперсии разложения) достаточно 3 – 8 членов ряда, что говорит о том, что первые 3 – 8 естественных колебаний содержат основную информацию об особенностях рассматриваемых полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии в любое время года. Необходимо отметить, что выбор того или иного критерия с целью выделения значимых колебаний необходимо делать с учетом решения конкретно поставленной задачи. Мы ограничились рассмотрением первых трех главных компонентов, тем самым исключая из рассмотрения мелкомасштабные процессы. Это было связано с необходимостью большого количества вычислений, но все рассмотренные методики вполне могут быть применены и для анализа остальных главных компонентов.

Анализ изменения интенсивности естественных колебаний, характеризуемых главными компонентами, показал, что на широте 15° с.ш. отчетливо виден положительный тренд в изменении первой главной компоненты (аналогичная картина наблюдается и для 20° с.ш.), в то время как на широте 50° с.ш., как и на всех остальных широтах, тренда не наблюдается.

С целью сравнения изменения временного хода осредненных по 11-летнему периоду трех первых главных компонентов в рамках каждой широты был выбран средний месяц зимы – январь и средний месяц лета – июль. Проведенный анализ показал, что, в целом, можно отметить сходную картину в поведении трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры для каждой широты в январе и в июле, однако кривые хода главных компонентов в июле менее плавные и включают больше короткопериодических колебаний, чем в январе. Также важно отметить, что летом (июль) размах колебаний главных компонентов несколько больше, чем зимой (январь).

**Раздел 1.4** посвящен вейвлет-анализу временных последовательностей главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.

С целью выделения интервалов периодов сильных колебаний, имеющих значимые амплитуды главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии, был проведен ряд численных экспериментов, направленных на изменение масштаба по времени в вейвлет-преобразовании при использовании базисного вейвлета Morlet. Выполненный анализ показал, что практически на всех рассмотренных широтах для всех главных компонентов присутствуют годовые и двухлетние колебания, а также колебания с периодами около 10 лет (от 9 до 13 лет). В средних широтах спектр волн шире (что, скорее всего, связано с большей циклонической активностью), чем в высоких широтах. Также показано, что спектр значимых колебаний уменьшается с ростом широты.

**Глава 2** содержит теоретические основы качественной теории динамических систем. Дается общее определение динамических систем, их

основная классификация; вводится понятие аттрактора динамической системы, как её основного свойства, а также описываются основные свойства странного аттрактора. Определяется понятие детерминированного хаоса, возникающего в динамических системах, обладающих свойствами открытости (по отношению к обмену энергией), сильной нелинейности и неустойчивости, а также вводятся критерии обнаружения детерминированного хаоса в системе. Постулируются гипотезы, необходимые для применения результатов качественной теории динамических систем к атмосфере. Приводятся некоторые способы определения размерности аттракторов динамических систем, в частности рассматриваются временные метеорологические последовательности и их аттракторы. Показано, что, используя временные ряды наблюдений, можно вычислить предел предсказуемости элементов на аттракторе с помощью суммы положительных показателей Ляпунова, как определяющих скорость разбегания траекторий динамической системы.

**В главе 3** рассматривается применение методов теории динамических систем к анализу свойств временных метеорологических последовательностей.

Ставится задача определить фрактальные размерности зональных аттракторов динамических систем, генерирующих временные ряды трех первых главных компонент среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии.

Известно, что климатическому странному аттрактору стохастической динамической системы присуща сложная самоподобная канторова структура, и именно поэтому его можно рассматривать как фрактал (т.е. не многообразие с простой топологией как у аттракторов систем без хаоса, а самоподобное притягивающее множество), фрактальная размерность  $d_F$  которого больше топологической. Фрактальная размерность определяется с помощью формулы:

$$d_F(X) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N_\varepsilon(X)}{\ln 1/\varepsilon}, \quad (1)$$

где  $N(\varepsilon)$  – число кубов, куда попала хотя бы одна точка множества,  $\varepsilon$  – длина ребра куба. Поскольку невозможно знать весь бесконечномерный вектор формула (1) не применима при исследовании климатического аттрактора. Поэтому при большом числе степеней свободы динамической системы широкое распространение получила оценка  $d_F$  при помощи корреляционного показателя  $\nu$

$$n_m(\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln[C_m(\varepsilon)]}{\ln \varepsilon}, \quad (2)$$

где

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i,j=1}^N \frac{1}{N^2} \text{Hev}[e - |Y_i^{(m)} - Y_j^{(m)}|] \quad (3)$$

– корреляционный интеграл, определяющий относительное число точек, расстояние между которыми не превышает  $\varepsilon$ ,  $N$  – число выборок,  $\text{Hev}(x)$  – функция Хевисайда,  $\text{Hev}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$



Вычисление корреляционного показателя непосредственно по формулам (2) – (3) довольно затруднительно, поскольку объем вычислений будет велик и пропорционален ( $N^2m$ ). Поэтому мы воспользовались эффективным способом модификации корреляционного интеграла, предложенным Р. Бекряевым. Объем вычислений при этом уже не зависит от  $m$  и пропорционален ( $N^2/2$ ). Тогда формула для расчета корреляционного интеграла имеет вид:

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \left[ N + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-k} \text{Hev}(\varepsilon^2 - W_{k,i}) \right] \quad (4)$$

где

$$W_{k,i} = |Y_i^{(m)} - Y_{i+k}^{(m)}|^2 = \sum_{j=0}^{m-1} [X_{i+j} - X_{i+j+k}]^2, \quad j = i+k. \quad (5)$$

Оценка размерностей аттракторов по временным рядам наблюдений проводилась с помощью процедуры предложенной Паккардом и Такенсом, а затем развитой Грассбергом и Прокаччио.

Фрактальная размерность зональных климатических аттракторов определялась по временным рядам трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в диапазоне широт от  $15^\circ$  с.ш. до  $75^\circ$  с.ш. включительно за 104 года (длина каждого ряда содержит 1248 значений). Поскольку названные временные последовательности были получены в результате разложения по естественным ортогональным составляющим, влияние шумовых компонент в них, в целом, незначительно.

Для обнаружения детерминированного хаоса в рассматриваемых динамических системах было изучено поведение автокорреляционных функций трех первых главных компонентов для указанных широт. Показано, что автокорреляционные функции быстро убывают, что характерно для динамических систем с детерминированным хаосом.

Для вычисления корреляционного показателя  $v_m(\varepsilon)$  на рис. 1 выбирались участки постоянного линейного наклона зависимости  $\ln C_m(\varepsilon)$  от  $\ln(\varepsilon)$  при различных значениях размерности псевдофазового пространства  $m$ , где значения  $v_m(\varepsilon)$  усреднялись. Полученная зависимость корреляционного показателя  $v_m(\varepsilon)$  от  $m$  представлена на рис. 2. В качестве примера для рис.1 и рис. 2 взят временной ряд первой главной компоненты среднемесячных аномалий приземной температуры на широте  $15^\circ$  с.ш.

Как показывает рис. 2, начиная с размерности псевдофазового пространства  $m \approx 40$ , корреляционный показатель достигает насыщения, при этом  $v_m(\varepsilon) \approx 0.11$ . Это значение и следует принимать за величину фрактальной размерности аттрактора  $d_F$  динамической системы, генерирующей временной ряд первой главной компоненты среднемесячных аномалий приземной температуры на  $15^\circ$  с.ш.

Расчет корреляционных показателей для трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в области широт  $15^\circ$  с.ш. –  $75^\circ$  с.ш. показал, что  $v_m(\varepsilon)$  лежит в интервале  $0.1 \leq v_m(\varepsilon) \leq 0.4$  при  $m = 40$  и растет с увеличением широты. Значит, динамические системы,

генерирующие временные ряды трех первых главных компонентов, имеют число степеней свободы примерно равное 40.

Предел предсказуемости метеоэлементов на аттракторе  $T_{np}$  вычислялся по формуле

$$T_{np} = 1/L, \quad (6)$$

где  $L$  – сумма положительных показателей Ляпунова, определяющих скорость разбегания траекторий системы, которая определяется как

$$L = \frac{1}{\tau k} \ln \frac{C_m}{C_{m+k}}, \quad k \geq 1, \quad (7)$$

$\tau$  характеризует расстояние между точками на аттракторе, в нашем случае  $\tau = 1$  месяц. Параметр  $k$  в формуле (7) определялся из соотношения  $m \geq 2k+1$ , используемого для определения фрактальной размерности с помощью увеличения размерности фазовых пространств и достижения режима насыщения корреляционного показателя  $v_m(\varepsilon)$ .

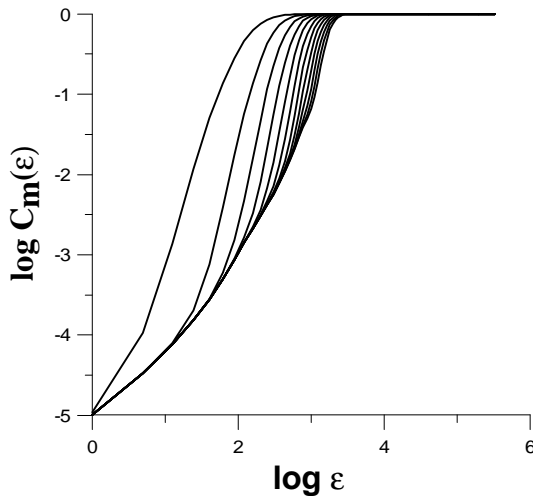


Рис. 1 - Зависимость корреляционного интеграла  $C_m(\varepsilon)$  от масштаба  $\varepsilon$  при различных  $m$ ,  $m = 5, 10, \dots, 60$  для первой главной компоненты среднемесячных аномалий приземной температуры,

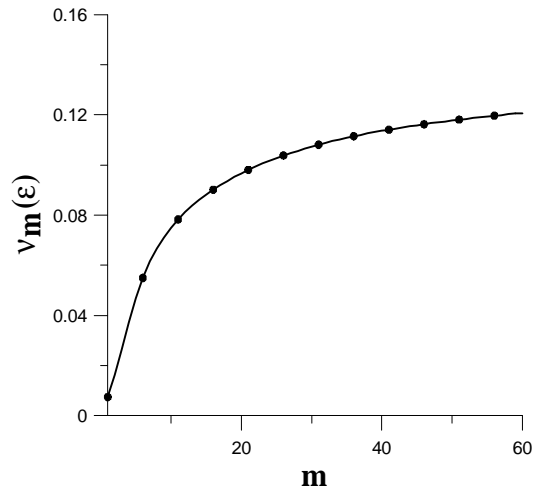


Рис. 2 - Зависимость корреляционного показателя  $v_m(\varepsilon)$  от  $m$  для первой главной компоненты среднемесячных аномалий приземной температуры, 15° с.ш.

Поскольку полученное критическое значение размерности псевдофазового пространства, определяющее начало режима насыщения  $m \approx 40$ , то для  $m > 40$  можно определить параметр  $L$  по формуле (7), а через него предел предсказуемости  $T_{np}$  (время затухания корреляций).

Результат оценки предела предсказуемости трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии на аттракторе показал, что  $T_{np}$  трех первых главных компонентов на аттракторе находится в интервале от 18 до 40 месяцев. Следует, однако,

заметить, что вычисленный таким образом предел предсказуемости по своему смыслу характеризует внутреннее свойство динамической системы, связанное с ее неустойчивостью, затуханием корреляций и свойством перемешивания.

Для уточнения полученных результатов процедура Грассберга-Прокаччио, используемая для оценки размерности аттрактора динамической системы по временным рядам наблюдений, была применена к исходным данным по среднемесячным аномалиям приземной температуры в Северном полушарии, полученным с помощью усреднения по всем долготам на каждой широте. Оказалось, что значения корреляционных показателей ни на одной широте не достигают насыщения. При этом можно отметить, что в области широт  $15^\circ$  с.ш. –  $30^\circ$  с.ш. максимальные значения корреляционного показателя достигают величины примерно 0.01, а начиная с  $35^\circ$  с.ш. ( $v_m(\varepsilon)_{max} \approx 0.016$ ) до  $75^\circ$  с.ш. ( $v_m(\varepsilon)_{max} \approx 0.08$ ) максимальные значения  $v_m(\varepsilon)$  растут с широтой.

Расхождение в полученных результатах оценки размерностей зональных аттракторов может объясняться рядом причин. Во-первых, исходные данные по среднемесячным аномалиям приземной температуры в Северном полушарии содержали пропуски, а также, несомненно, и ошибки наблюдений, что достаточно сильно влияет на структуру аттракторов, хотя ошибки и были нивелированы при разложении полей среднемесячных аномалий приземной температуры по ЭОС. Во-вторых, если длина изучаемой выборки ограничена, то полное насыщение  $v_m(\varepsilon)$  может не достигаться, несмотря на наличие притягивающего множества, с другой стороны, частичное насыщение при малой длине выборки способно наблюдаться даже для белого шума. В-третьих, использование различных алгоритмов предварительной подготовки данных может приводить к модифицированию свойств рядов. Что касается предела предсказуемости, то эмпирический анализ использует экспоненциальное разбегание траекторий и ослабление корреляций, что, строго говоря, не является универсальным законом.

Анализируя полученные результаты и принимая во внимание сказанное выше, мы склонны предполагать, что к рассчитанным оценкам размерностей зональных климатических аттракторов, как и к величинам пределов предсказуемости трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии на аттракторе следует относиться с осторожностью. Необходимы дополнительные исследования по объяснению получаемых расхождений в оценках фрактальной размерности аттракторов, направленные на изучение влияния ограниченности выборки, ее зашумленности, а также фильтрации рядов.

**Глава 4** посвящена исследованию фрактальных свойств временных метеорологических рядов методом нормированного размаха.

Временные ряды, характеризующие крупномасштабную динамику атмосферы, нередко обнаруживают фрактальные свойства, иначе свойства самоподобия, которые могут определяться, с одной стороны, канторовскими свойствами притягивающего множества, присущими странным аттракторам динамических систем с хаосом, с другой стороны персистентным,

сохраняющим тенденции характером протекающих процессов. Из вышесказанного ясно, что выявление причин фрактальности временных метеорологических последовательностей имеет существенное значение для выбора подходящего подхода к прогнозу колебаний климата, а именно динамико-статистического или статистического метода.

Метод нормированного размаха, который сначала был предложен британским климатологом Г. Харстом для выделения долгопериодных тенденций в рядах гидрометеорологических величин, а затем получил распространение при выявлении фрактальных характеристик временных последовательностей, часто именуется R/S-анализом. Здесь

$$R_n = \max_{k \leq n} \left( X_k - \frac{k}{n} X_n \right) - \min_{k \leq n} \left( X_k - \frac{k}{n} X_n \right) \quad (8)$$

– величина «размаха», характеризующая степень отклонения кумулятивных величин  $X_k$  от их среднего значения  $\frac{k}{n} X_n$  за последовательные  $n$  лет (суток, месяцев, ...), в которой  $X_n = \sum_{k=1}^n x_k$ ;  $x_1, \dots, x_k, \dots, x_n$  – величины, например,

годовых уровней за  $n$  последовательных лет; величина  $X_k - \frac{k}{n} X_n$  определяет отклонение  $X_k$  за  $k$  последовательных лет от среднего (эмпирического) значения, подсчитанного по данным за  $n$  лет.

Эмпирическое стандартное отклонение

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \right)^2} \quad (9)$$

вводится с целью получения статистики  $Q_n = R_n/S_n$ , инвариантной относительно замены  $x_k \rightarrow c(x_k + m)$ ,  $k \geq 1$ , что является желательным свойством, поскольку даже среднее значение и дисперсия величин  $x_k$ , как правило, являются неизвестными.

Основываясь на большом фактическом материале наблюдений, Харст обнаружил, что при больших значениях  $n$  статистика  $R_n/S_n$  ведет себя следующим образом:

$$\frac{R_n}{S_n} \sim (cn)^H, \quad (10)$$

где  $c$  – некоторая константа, эквивалентность « $\sim$ » понимается в некотором подходящем смысле, а параметр  $H$ , называемый теперь показателем Харста, более или менее симметрично распределен вокруг среднего значения 0.73 со стандартным отклонением, равным примерно 0.09. Или

$$\frac{R_n}{S_n} \sim \left( \frac{n}{2} \right)^H. \quad (11)$$

Аналогичный результат  $H > 1/2$  Харст получил и для других статистических данных. Это наблюдение вызывает интерес потому, что при отсутствии

долговременной статистической зависимости отношение  $R/S$  должно быть асимптотически пропорционально  $n^{1/2}$ , если временные ряды связаны со случайными процессами с независимыми значениями и конечной дисперсией

$$R/S = (pn/2)^{1/2}. \quad (12)$$

Выделяют три различных динамики для различных значений показателя Харста:

1.  $H = 1/2$ . Получается истинно случайный ряд чисел, т.е. события случайны и не коррелированы, наблюдается отсутствие тренда.
2.  $0 < H < 1/2$ . Процессы называются антиперсистентными, т.е. для них характерна знакопеременная тенденция с относительно высоким уровнем зашумленности. Происходит «возврат к среднему»: если система растет в какой-то период, то в следующий период нужно ожидать спада.
3.  $1/2 < H < 1$ . Процессы называются персистентными, т. е. для них характерно сохранение наблюдаемой тенденции в сочетании с относительно низким уровнем зашумленности. Это трендоустойчивые ряды, т.е. если ряд начал возрастать, то можно ожидать, что он будет возрастать и дальше. Чем ближе  $H$  к 1, тем больше трендоустойчивость, потому что чем больше корреляция между процессами, тем более одинаково они себя ведут.

С целью выявления значений показателя Харста для каждого месяца года первоначально расчет был проведен на всех рассматриваемых параллелях для каждого месяца года и для тех временных рядов главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии (длина каждого ряда составляла 104 г. и 104 значения), которые необходимы для описания примерно 90% общей дисперсии разложения (см описание главы 1). Зависимость статистики  $(R_n/S_n)$  от времени наблюдения  $n$  строилась в логарифмическом масштабе и аппроксимировалась прямой линией для определения углового коэффициента – показателя Харста  $H$ . Полученные результаты показывают, что для рассматриваемых рядов все значения показателя Харста попали в интервал  $1/2 < H < 1$ . Т.о., рассмотренные временные ряды главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии являются трендоустойчивыми рядами с относительно низким уровнем зашумленности, поэтому можно ожидать сохранение наблюдаемой в них тенденции.

В дальнейшем показатель Харста для трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии (длина каждого ряда составляла 104 г. и 1248 значений) рассчитывался следующим образом. Находилась статистика  $R_n/S_n$  для всего периода наблюдений ( $n = N = 1248$ ). Затем зависимость статистики  $R_n/S_n$  от  $n$  строилась в логарифмическом масштабе и аппроксимировалась прямой для определения углового коэффициента –  $H$ . После этого весь временной ряд делился на две равные выборки, при этом принималось, соответственно  $n = N/2$  и вновь находился показатель Харста  $H$ . Затем период задержки  $n$  уменьшался еще в два раза и т.д. до  $n = N/100$ .

В качестве примера на рис.3 приведена зависимость  $H$  от времени для трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной

температуры на широте  $15^\circ$  с.ш. Нетрудно видеть, что зависимый, персистентный характер ( $1/2 < H < 1$ ) для первой главной компоненты наблюдается на периодах после 21.6 г., для второй главной компоненты на периодах после 39.3 лет, а для третьей главной компоненты после 48 лет.

На рис. 4 представлены значения  $\log n$  для трех первых главных компонент среднemesячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии при динамике показателя Харста  $1/2 < H < 1$ , которая соответствует персистентному, зависимому поведению рассматриваемых процессов. Как видно из рассматриваемого рисунка, для первой главной компоненты с увеличением широты от  $15^\circ$  с.ш. (период выше 21.6 г.) и до  $50^\circ$  с.ш. (период выше приблизительно 53 лет) растет временной интервал, после которого имеет место тенденция к поддержанию уже существующих аномалий. Затем, начиная с  $50^\circ$  с.ш. и вплоть до  $75^\circ$  с.ш. (период выше 14.5 лет) временной интервал, характеризующий тенденцию к поддержанию уже существующих аномалий, уменьшается. Сходная картина наблюдается также для второй и третьей главных компонент.

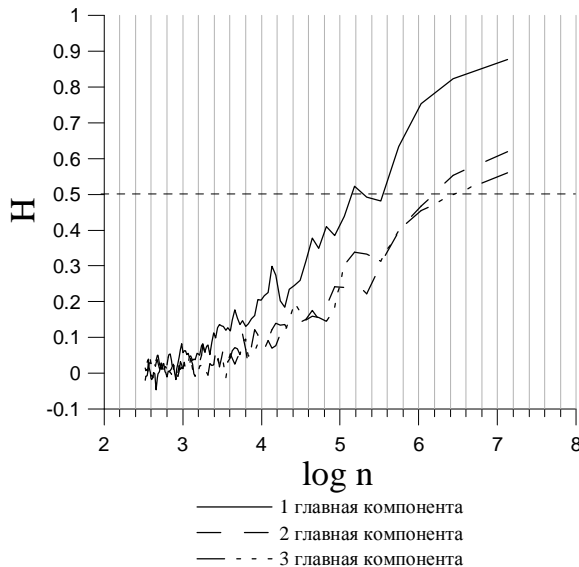


Рис. 3 – Значения показателя Харста  $H$  как функции запаздывания  $n$  (месяцы) для 1, 2, 3 главных компонент среднemesячных аномалий приземной температуры,

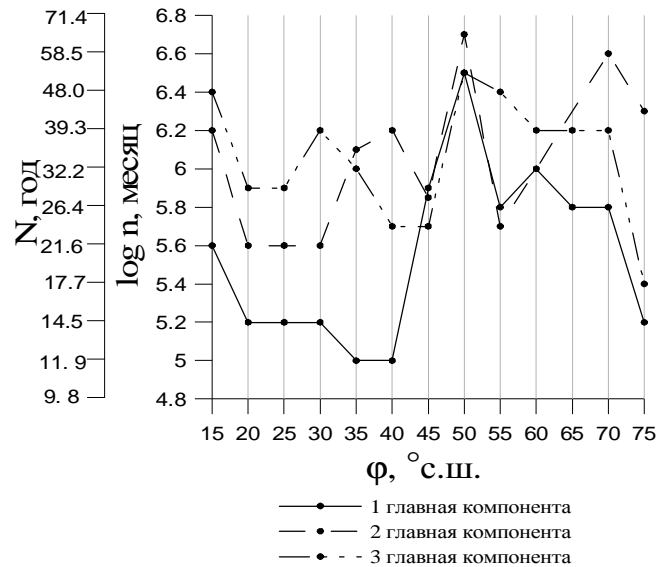


Рис. 4 – Значения  $\log n$  для 1, 2, 3 главных компонент среднemesячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии при динамике Харста  $1/2 \leq H < 1$

Обобщая вышесказанное можно отметить, что с помощью зависимости, представленной на рис. 4, в области от  $15^\circ$  с.ш. до  $75^\circ$  с.ш. можно оценить временные интервалы, на которых рассмотренным процессам свойственны персистентные или антиперсистентные тенденции. Это означает, что, например, среднemesячные аномалии приземной температуры на  $15^\circ$  с.ш., определяемые первой главной компонентой разложения по ЭОС, время жизни которых составляет до 21.6 лет, с большей вероятностью будут ослабляться, чем усиливаться. Напротив, если время жизни, в течение которого

рассматриваемые среднемесячные аномалии существуют, составляет более 21.6 лет, можно ожидать, что они сохранятся и в дальнейшем.

**В главе 5** приведены результаты оценки прогнозирования среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии на основе синтезированных моделей главных компонент.

Известно, что климатические временные ряды представляют собой сумму слабого сигнала (коррелированной во времени компоненты) и белого шума высокого уровня.

Имитационное моделирование рядов трех первых главных компонент среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии осуществлялось на основе модели «сигнал плюс шум» по Парзену, в которой сигнал – дискретный случайный процесс  $F(t_k)$  представляет собой авторегрессионную модель первого порядка  $AP(p=1)$  и генерируется белый шум – дискретный случайный процесс  $B(t_k)$  с нулевым математическим ожиданием. Если предположить, что случайный процесс  $F(t_k)$  - стационарный, его математическое ожидание равно нулю, автоковариационная функция  $R(t)=r(t)\Sigma^2$  (где:  $\Sigma^2$  – дисперсия,  $r(t)$  - автокорреляционная функция процесса  $F(t_k)$ ;  $t = 0, 1, 2, \dots$  - временной сдвиг (запаздывание) в месяцах), причем случайный процесс  $F(t_k)$ , обладающий указанными свойствами, и белый процесс  $B(t_k)$  статистически независимы, то модель «сигнал плюс шум» при  $p=1$  записывается в виде:

$$F(t_k) = r(1) \cdot F(t_{k-1}) + B(t_k). \quad (13)$$

Используя модель (13) как рекуррентную формулу, можно дать прогноз процесса  $F(t_k)$  на  $(L+1)$  шаг вперед. Дисперсия ошибки такого прогноза находится по формуле

$$D^2(L) = (1 - r^{2L}) \cdot \Sigma^2, \quad (14)$$

а нормированная дисперсия  $\varepsilon^2(L)$  ошибки прогноза на  $L$  шагов вперед равна

$$e^2(L) = D^2(L) / \Sigma^2 = 1 - r^{2L}. \quad (15)$$

При  $L = 1$  величина  $\varepsilon^2(L)$  показывает, насколько прогноз ряда  $F(t_k)$  по модели  $AP(p=1)$  лучше климатического, ошибка которого есть  $\Sigma^2$ .

Если задать значение ошибки прогноза  $\varepsilon^2(L)$ , то можно определить упреждение  $L$ , которое характеризует предел предсказуемости процесса  $F(t_k)$ :

$$L = \frac{\ln[1 - e^2(L)]}{2 \ln r}. \quad (16)$$

Результаты оценки статистической предсказуемости трех первых главных компонент среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии приведены в таблице 1, где где  $r(1)$  и  $r(2)$  – автокорреляции ряда  $F(t_k)$  главных компонент при запаздывании 1 и 2 месяца;  $\varepsilon^2(1)$  – нормированная дисперсия ошибки прогноза на один шаг по модели  $AP(1)$ ;  $L_{0.95}$  - предел предсказуемости сигнала при ошибке  $e = 0.95$ ;  $L_{0.85}$  - предел предсказуемости сигнала при  $e = 0.85$ ,  $a$  - доля дисперсии процесса, приходящаяся на сигнал. В случае использования модели  $AP(1)$  в качестве сигнала величина  $a = r^2(1) / r^2(2) \cdot 100\%$ .

Таблица 1 - Оценка статистической предсказуемости трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии

Широта ° с.ш.	ГК	$\rho(1)$	$\rho(2)$	$\alpha$ , %	$e^2(1)$	$e(1)$	$L_{0.95}$	$L_{0.85}$
15	1	0.742	0.659	83.6	0.45	0.67	3.9	1.6
	2	0.214	0.067	68.7	0.95	0.97	0.8	0.2
	3	0.059	0.104	3.4	0.99	0.99	0.4	0.3
20	1	0.494	0.399	61.2	0.75	0.86	1.7	0.7
	2	0.174	0.115	26.3	0.96	0.97	0.7	0.6
	3	-0.025	0.066	0.95	0.99	0.99	-	0.2
25	1	0.274	0.187	44.2	0.92	0.95	1.0	0.4
25	2	0.044	0.048	4.1	0.99	0.99	0.4	0.2
	3	0.051	-0.001	-	0.99	0.99	0.4	-
30	1	0.240	0.107	53.8	0.94	0.96	0.8	0.3
	2	0.075	0.032	17.6	0.99	0.99	0.4	0.2
	3	0.051	-0.033	-7.8	0.99	0.99	0.4	-
35	1	0.198	0.064	61.3	0.96	0.97	0.7	0.2
	2	0.022	-0.080	-0.6	0.99	0.99	0.3	-
	3	0.073	0.051	10.5	0.99	0.99	0.4	0.2
40	1	0.091	-0.010	-82.8	0.99	0.99	0.4	-
	2	0.025	0.019	3.3	0.99	0.99	0.3	0.1
	3	-0.069	-0.006	-79.4	0.99	0.99	-	-
45	1	0.006	0.031	0.1	0.99	0.99	0.2	0.2
	2	-0.116	-0.081	-16.6	0.98	0.98	-	-
	3	0.005	0.002	1.3	0.99	0.99	0.2	0.1
50	1	0.138	0.034	56.0	0.98	0.98	0.5	0.2
	2	0.062	0.068	5.7	0.99	0.99	0.4	0.2
	3	-0.045	0.017	11.9	0.99	0.99	-	0.1
55	1	0.278	0.150	51.5	0.92	0.95	1.0	0.3
	2	0.077	0.039	15.2	0.99	0.99	0.4	0.2
	3	0.024	0.091	0.63	0.99	0.99	0.3	0.2
60	1	0.222	0.108	45.6	0.95	0.97	0.7	0.3
	2	-0.037	-0.065	-2.1	0.99	0.99	-	-
	3	0.139	0.091	21.2	0.98	0.98	0.5	0.3
65	1	0.230	0.072	73.4	0.94	0.96	0.8	0.2
	2	-0.004	0.015	0.1	0.99	0.99	-	0.1
	3	-0.062	-0.013	-29.6	0.99	0.99	-	-
70	1	0.187	0.080	43.7	0.96	0.97	0.7	0.3
	2	0.211	0.160	27.8	0.95	0.97	0.7	0.3
	3	0.011	-0.054	-0.2	0.98	0.98	0.3	-
75	1	0.339	0.235	48.9	0.88	0.93	1.1	0.5
	2	0.289	0.144	58.0	0.91	0.95	1.0	0.3



Широта с.ш.	ГК	$\rho(1)$	$\rho(2)$	$\alpha, \%$	$\varepsilon^2(1)$	$e(1)$	$L_{0.95}$	$L_{0.85}$
	3	0.298	0.182	45.9	0.91	0.95	1.0	0.3

Синтез оптимальных  $AP(p)$  моделей процессов осуществлялся на основе критерия Парзена  $CAT(p, 0)$ :

$$CAT(p,0) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p \frac{n-j}{n} s_a^{\wedge 2}(j,q) - \frac{n-p}{n} s_a^{\wedge 2}(p,0) \quad (17)$$

где величина  $s_a^{\wedge 2}(p,q)$  есть оценка дисперсии  $s_a^2$ . Критерий Парзена  $CAT(p, 0)$  может быть использован только для моделей  $AP(p)$ . Наилучшей считается модель, которой отвечает минимальное значение критерия. Оценки критерия  $CAT(p, 0)$  для временных рядов главных компонент среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии показали, что оптимальной по Парзену для всех широт и всех главных компонент оказалась модель  $AP(1)$ , что хорошо согласуется с выводами, приведенными И.И. Поляком, 1989.

Анализ таблицы 1 показывает, что с уменьшением автокорреляций главных компонент значения нормированной дисперсии  $\varepsilon^2(1)$  ошибки прогноза и нормированного стандарта ошибки прогноза  $e(1)$  стремятся к своему предельному значению – единице, т.е. прогноз главных компонент среднемесячных аномалий приземной температуры приближается к своему среднему значению. Отметим, что мощность сигнала имеет максимальное значение для первой главной компоненты на  $15^\circ$  с.ш., где  $\alpha = 83,6 \%$ . В области от  $15^\circ$  с.ш. до  $35^\circ$  с.ш. и к северу от  $50^\circ$  с.ш. доля дисперсии  $\alpha$ , приходящаяся на сигнал, заключена в пределах от 43 % до 83 %, в зоне  $40^\circ$  с.ш. –  $45^\circ$  с.ш. сигнал «тонет» в шуме. Аналогично изменяется и предел предсказуемости: в тропиках сигнал может быть предсказан с упреждением от одного до четырех месяцев с ошибкой  $e = 0.95$ , а на широтах  $55^\circ$  с.ш. –  $75^\circ$  с.ш. не более чем на один месяц. Временные последовательности вторых и третьих главных компонент среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии слабо коррелированы и практически непредсказуемы.

**В заключении** сформулированы *основные выводы* диссертации.

1. Для аналитического представления совокупности полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии целесообразно применять метод ЭОС, поскольку в сравнении с любой другой системой ортогональных базисных функций, при фиксированном числе членов ряда норма ошибки, усредненная по ансамблю выборочной совокупности полей, минимальна.

2. Оценка точности сходимости разложений полей среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии показала, что для описания примерно 90% общей дисперсии процесса необходимо от 5 (околополюсная область) до 17 главных компонент (тропическая зона). Ограничиваясь рассмотрением трех первых главных компонент, можно исключить

мелкомасштабные процессы, выдвинув на главный план роль очень крупных атмосферных процессов.

3. Выявлен положительный тренд в изменении интенсивности естественных колебаний, характеризуемых первой главной компонентой среднемесячных аномалий приземной температуры на  $15^\circ$  с.ш. и  $20^\circ$  с.ш., на остальных рассмотренных широтах тренд не обнаружен.

4. Вейвлет-анализ временных последовательностей главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии показал, что практически на всех рассмотренных широтах для всех главных компонентов присутствуют годовые и двухлетние колебания, а также колебания с периодами около 10 лет (от 9 до 13 лет). В средних широтах спектр волн шире (что, скорее всего, связано с большей циклонической активностью), чем в высоких широтах. Также показано, что спектр значимых колебаний уменьшается с ростом широты.

5. Получена оценка размерностей зональных аттракторов динамических систем, генерирующих временные ряды главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии: фрактальная размерность аттракторов лежит в интервале от 0.1 до 0.4 при размерности псевдофазового пространства  $m = 40$  и растет с увеличением широты.

6. Оценки предела предсказуемости трех первых главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии на аттракторе показали, что предел предсказуемости находится в интервале от 18 до 40 месяцев. Необходимо отметить, что вычисленный таким образом предел предсказуемости по своему смыслу характеризует внутреннее свойство динамической системы, связанное с ее неустойчивостью, затуханием корреляций и свойством перемешивания.

7. Анализ фрактальных свойств временных рядов главных компонентов среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии показал, что указанные ряды являются трендоустойчивыми с относительно низким уровнем зашумленности, поэтому можно ожидать сохранения наблюдаемой в них тенденции.

8. Получена оценка временных интервалов, на которых рассмотренным процессам свойственны персистентные и антиперсистентные характеристики. В зависимости от широты среднемесячные аномалии приземной температуры, определяемые главными компонентами, время жизни которых до: для первой главной компоненты от 11 до 48 лет; для второй главной компоненты от 21 года до 60 лет; для третьей главной компоненты от 18 до 50 лет будут с большей вероятностью ослабляться, чем усиливаться.

9. Показано, что структурная модель «сигнал плюс» шум улучшает прогнозируемость временных климатических рядов, при этом сигнал представляет собой  $AP(1)$  модель, оптимальную по критерию Парзена. Результаты проведенного статистического моделирования свидетельствуют о том, что в тропиках сигнал может быть предсказан с упреждением от одного до четырех месяцев, а на широтах  $55^\circ$  с.ш. –  $75^\circ$  с.ш. не более чем на один месяц. Временные последовательности вторых и третьих главных компонентов

среднемесячных аномалий приземной температуры в Северном полушарии слабо коррелированы и практически непредсказуемы.

#### **Публикации** по теме диссертации

1. Репинская, Р.П., Анискина, О.Г., Козлова, Д.В., Кузнецова, Е.С., Курзенева, Е.В. Численное интегрирование баротропной модели атмосферы в сферических координатах // Научно – методический сборник «Новые технологии в образовательном процессе». – СПб.: СПб ВМИ, РОФ «Морской корпус». - 2001. - Вып.10. - С. 29 – 37.

2. Kozlova, D., Kuznetsova, E., Repinskaya R. Results of numerical experiments with a shallow water model in spherical coordinates // Research activities in atmospheric and oceanic modeling. Report no.31, 2001, WMO/TD – no. 1064. WMO. Weather prediction research programs.

3. Кузнецова, Е.С, Репинская, Р.П. Некоторые методы анализа временных метеорологических рядов // Материалы итоговой сессии Ученого совета 27 – 28 января 2003 г. Информационные материалы. Часть I. Секции метеорологии и гидрологии. – СПб.: изд. РГГМУ - 2003. - С. 34 – 36.

4. Кузнецова, Е.С., Репинская Р.П. О некоторых методах анализа временных метеорологических рядов // Научно – методический сборник «Новые технологии в образовательном процессе». – СПб.: СПб ВМИ, РОФ «Морской корпус». - 2003. - Вып.15. - С. 43 – 50.

5. Кузнецова, Е.С. Исследование предсказуемости волновых мод аномалий среднемесячной приземной температуры в Северном полушарии // Сборник трудов международной школы-конференции молодых ученых, аспирантов и студентов «Изменение климата и окружающая среда» 06 – 12 декабря 2005 г. – СПб.: изд. «Гранд» - 2005. - С. 104 – 107.