Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа дисциплины

МАТЕМАТИКА

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования по направлению подготовки

05.03.04 – «Гидрометеорология»

Направленность (профиль):
Метеорология

Уровень:
Бакалавриат

Форма обучения
Очная

Согласовано
Руководитель ОПОП
_______________ Абанников В.Н.

Председатель УМС
____________ И.И. Палкин

Рекомендована решением
Учебно-методического совета
"19" мая 2021 г., протокол №8

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры
"05" мая 2021 г., протокол №10
Зав. кафедрой ____________ Зайцева И.В.

Автор-разработчик:
__________________________ Беликова Г.И.

Санкт-Петербург 2021

Цель и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – приобретение фундаментальных знаний в следующих областях высшей математики: алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ функций одного и нескольких переменных, теория числовых и функциональных рядов, теория дифференциальных уравнений, гармонический анализ. Уравнения математической физики.

Задачи:

– владение основными терминами и понятиями высшей математики;

– формирование умения строить и исследовать математические модели различных метеорологических процессов;

–приобретение практических навыков решения классических задач в рамках изученных разделов высшей математики.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Математика» для направления подготовкиБ1.О.06 – «Прикладная гидрометеорология»относится к дисциплинам основного блока 1 дисциплины. Дисциплина изучается: студентами в течение первых трёх семестров.

Для освоения данной дисциплины, студенты должны знать школьный курс математики. Дисциплина «Математика» является важнейшим инструментом для освоения дисциплин:«Механика», «Общая физика», «Метеорология», «Океанология», «Гидрология», «Обработка рядов наблюдений» и др.

3. Перечень планируемых результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций:ОПК-1

Общепрофессиональные компетенции

Таблица 1

Код и наименование профессиональной компетенции	**Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции**	**Результаты обучения**
ОПК-1Способен применять базовые математические знания в области профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Применяетматематические знаниядля решения задач в профессиональной деятельности. ОПК-1.2.Выявляет взаимосвязь математических моделей с соответствующими метеорологическимипроцессами.	Знать: – знать основные понятия высшей математики и различные математические инструменты, с помощью которых можно изучать атмосферные процессы. Уметь: –использовать основные результаты, полученные в высшей математике для изучения атмосферы. Владеть: – методами вычислительной математики для проведения корректных расчётов при обработке и анализе рядов наблюдений.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины составляет 14 зачетных единиц, 504 академических часа.

Таблица 2

Объем дисциплины по видам учебных занятий в академических часах

Объём дисциплины	**Всегочасов**		
	Очная форма обучения	-------	
Объемдисциплины	**504**		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:	**196**		
в томчисле:	**-**		
лекции	**84**		
занятиясеминарскоготипа:	**-**		
практическиезанятия	**112**		
Самостоятельная работа (далее – СРС) – **всего:**	**308**		
в том числе: семестровые контроль-ные работы и подготовка к экзамену	**90** **60**		
подготовка к экзамену,	**150**		
Видпромежуточнойаттестации	**экзамен**		

4.2. Структура дисциплины

Таблица 3

№	Раздел / тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемыекомпетенции	Индикаторы достижения компетенций
			Лекции	Практическиезанятия	СРС			
1	Геометрическое приложение определённого интеграла.	1	2	2	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
2	Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность.	1	2	4	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
3	Производная, дифференциал, свойства и техника дифференцирования.	1	2	4	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
4	Полноеисследованиефункций с помощью пределов и производных	1	2	4	6	Практическая работа. Теоретический опрос № 1. Производные и дифференциалы	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
5	Неопределённый интеграл, свойства и техникаинтегрирования.	1	4	4	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
6	Определённый интеграл, свойства и вычисление.	1	2	4	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
7	Геометрическое приложение определённого интеграла.	1	2	2	6	Практическая работа. Теоретический опрос № 2. Неопределённый и определённыйинтегралы	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2

8	Базовые понятия теории дифференциальных уравнений, решение уравнений 1-го порядка	1	2	2	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
9	Определители. Решение систем по формулам Крамера	1	2	2	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
10	Векторная алгебра. Линейные векторные пространства	1	2	4	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
11	Аналитическая геометрия на плоскости	1	2	4	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
12	Аналитическая геометрия в пространстве	1	2	4	6	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
13	Алгебра комплексных чисел. Алгебра многочленов	1	2	2	6	Практическая работа. Теоретический опрос №3. Алгебра и ан.геометрия	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
	Подготовка к экзамену	1			**32**			
Σ		**1**	**28**	**42**	**110**			
14	Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с пост коэффициентами	**2**	**2**	2	4	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
15	Задача Штурма-Лиувилля	**2**	**2**	**2**	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
16	Матричнаяалгебра, решение линейных систем.	**2**	**2**	**4**	**4**	Практическая рТеоретический опрос № 1. Дифференциальные уравнения	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
17	Метод трёх-диагональной прогонки	**2**	**2**	**2**	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2

18	Задача на собственные числа и собственные векторы	**2**	**2**	**4**	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
19	Решение систем диф. ур-ий с по-стояннымикоэф.	**2**	**2**	4	**4**	Практическая работа. Теоретический опрос № 2 Матрицы и системы	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
20	Числовые ряды	**2**	**2**	4	**4**			
21	Степенные ряды	**2**	**2**	2	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
22	Ортогональные ряды	**2**	**2**	2	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
23	Базовые понятия теории функций 2-х ,3-х пере-менных. Част-ныепроизвод-ные,	**2**	**2**	2	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
24	Экстремумы функций двух переменных. Наиб.инаим. значения	**2**	**2**	2		Практическая работа		
25	Криволиней-ные интегралы	**2**	**2**	4	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
26	Двойные интегралы.	**2**	**2**	**4**	**4**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
27	Тройные интегралы	**2**	**2**	**2**	**4**	Практическая работа. Теоретический опрос № 3. Интегралы	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
28	Элементы теории поля		**----**	**2**		Практическая работа.		
	Подготовка к экзамену	**2**			**50**		**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Σ		**2**	**28**	**42**	**110**		**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2

29	Решение одно-мерногоуравне-ниятеплопро-водводности методом Фурье	**3**	**4**	**4**	**3**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
30	Решение одно-мерноговолно-вого уравнения методом Фурье	**3**	**2**	**2**	**3**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
31	Решение дву-мерногоуравне-ния Лапласа ме-тодом Фурье	**3**	**4**	**4**	**3**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
32	Численные методы решения дифференциаль-ных уравнений	**3**	**4**	**4**	**3**	Практическая работа. Теоретический опрос № 1. Численные методы решения диф. ур-ий.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
33	Сеточный метод решения уравне-ниятеплопро-водности.	**3**	**2**	**2**	**3**	Практическая работа		
34	Сеточный метод решения волно-вого уравнения.	**3**	**4**	**4**	**3**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
35	Сеточный метод решения урав-нения Лапласа и Пуассона	**3**	**4**	**4**	**3**	Практическая работа.	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
36	Метод перемен-ныхнаправле-ний для двумер-ного уравнения теплопроводно-сти	**3**	**2**	**2**	**3**	Практическая работа	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
37	Специальные функции. Полиномы Лежандра, многочлены Чебышева	**3**	**2**	**2**	**3**	Теоретический опрос № 2. Численные ме-тоды решения уравнений мат. физики	**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
---	**Подготовка к экзамену**	**3**	**---**	**---**	**61**		**ОПК-1**	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Σ		**3**	**28**	**28**	**88**			

4.3. Содержание дисциплины

4.3.1. Функции, классификация и свойства

Определение функции. Способы задания функции. Виды аналитического задания функции: явный, неявный, параметрический. Понятие элементарных функций. Рациональные и иррациональные функции. Линейная комбинация функций.Основные свойства: область определения, чётность, нечётность, монотонность, корни, периодичность, ограниченность. Понятие обратной функции и условие её существования. Линейная зависимость и линейная независимость функций.

4.3.2. Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность

Основные понятия и определения: окрестность точки, граничные и внутренние точки, предельные точки. Определение предела функции в точке (по Коши). Понятие бесконечного предела.

Свойства предела.Единственность.Аддитивность.Однородность. Предел произведе-ния. Предел отношения. Переход к пределу в неравенствах (свойство монотонности). Теорема о сжатой функции. Предел композиции функций.

Техника вычисления пределов. Виды неопределённостей и их раскрытие. Определе-ние бесконечно малых и их сравнение. Свойства бесконечно малых. Список основных эквивалентных бесконечно малых. Основное свойство эквивалентных бесконечно малых.

Определение бесконечно больших, их сравнение и свойства. Основное свойство эквивалентных бесконечно больших. Раскрытие неопределённостей с помощью эквивалентных бесконечно малых и бесконечно больших. Первый и второй замечательные пределы и их обобщение.

Непрерывность. Определение приращения аргумента и приращения функции. Односторонние пределы в точке: левосторонний и правосторонний пределы. Три определения непрерывности функции в точке и их взаимосвязь. Операции над непрерывнымифункциями в точке: сложение, умножение, деление, возведение в степень, логарифмирование, композиция. Непрерывность функции в области. Односторонняя непрерывность.

Основные свойства непрерывных на отрезке функций.Две теоремы Вейерштрасса, теорема Коши, теорема Больцано-Коши. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Равномерная непрерывность в интервале. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функций на отрезке.

Точки разрыва и их классификация. Разрывы первого рода, устранимые разрывы. Разрывы второго рода. Привести примеры графических образов разрывов первого и второго рода.

4.3.3. Производная, дифференциал, свойства и техника дифференцирования

Определение производной. Дифференцируемые функции, непрерывно дифференцируемые функции, гладкие функции. Вывод производных простейших элементарных функций. Формулы произведения и отношения функций. Дифференцирование композиции функций, обратных и параметрически заданных функций.Логарифмическоедифференцирование (два способа). Дифференциальные теоремы о среднем: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя для нахождения предела отношения функций. Физический и геометрический смысл производной.

Дифференциал.Определение дифференциала функции и его геометрический смысл. Дифференциал аргумента. Основные свойства дифференциала: однородность, аддитивность. Дифференциал произведения и отношения функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Выражение производной через дифференциалы.Оператор дифференцирования.

4.3.4. Полное исследование функций с помощью пределов и производных

Асимптоты. Классификация асимптот. Определение наклонной асимптоты. Необходимое условие существования наклонных асимптот. Построение формул для вычисления параметров наклонной асимптоты. Горизонтальные асимптоты. Вертикальные асимптоты. Необходимое условие существования вертикальных асимптот.

Нахождение интервалов монотонности функции с помощью производных.Определе-ние точек экстремума. Стационарные точки дифференцируемых функций. Два достаточ-ных условия существования точек максимума или минимума.

Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции. Теорема Вейерштрасса. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений дифференцируемойфункции. Выпуклость графика функции вверх и вниз. Точки перегиба. Определение вида выпуклости и нахождение точек перегиба с помощью второй производной.

Порядок полного исследования функции и построение её графического образа.

4.3.5. Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования.

Основные понятия и определения: подынтегральная функция, подынтегральное выражение, переменная интегрирования, оператор интегрирования. Связь между дифференцированием и интегрированием. Основные табличные интегралы. Свойства неопределённых интегралов: однородность, аддитивность – линейность.

Техника интегрирования.Метод разложения, метод подстановки, интегрирова-ние по частям (с выводом формулы), рекурсивное и рекуррентное интегрирование. Дробно рациональные функции и их классификация: неправильные дроби, правильные дроби. Простейшие дроби и их классификация. Разложение правильных дробей на про-стейшие методом неопределённых коэффициентов. Представление неправильной дроби в виде суммы полинома и правильной дроби.

Интегрирование дробнорациональных функций.Интегрирование некоторых тригонометрических функций. Тригонометрическая подстановка и универсальная тригонометрическая подстановка.

4.3.6. Определённый интеграл, свойства и способы вычисления

Построение интегральной суммы и определение определённого интеграла. Условия интегрируемости.Свойства: однородность, аддитивность по подынтегральной функции, аддитивность по области интегрирования, монотонность, теорема о среднем, сохранение знака,связь пределов интегрирования. Оценка значений интеграла.

Вычисление.Формула Ньютона- Лейбница. Метод подстановки, формула интегрирования по частям. Интегрирование чётных и нечётных функций по симметричномуинтервалу. Несобственные интегралы первого и второго вида, их вычисление с помощью пределов

Ортогональные системы функций. Определение. Примеры тригонометрических систем ортогональных функций на отрезке $[-l,l]$: $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l},\cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$ и на отрезке$[0,l]$: $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=1}^{\infty}$, $\left\{\cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$.

4.3.7. Геометрическое приложение определённого интеграла

Вычисление площади плоских фигур.Вывод формулы вычисления длины плоской кривой. Вывод формулы, с помощью которой вычисляется объём тела вращения.

4.3.8. Базовые понятия теории дифференциальных уравнений и способы решения простейших уравнений

Классификация уравнений:порядок, линейность, нелинейность, однородность, неоднородность, с постоянными коэффициентами и с переменными коэффициентами.

Классификация решений: общее решение, общий интеграл,частное решение, особое решение. Особые точки.

Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка.Уравнения с разделёнными переменными и уравнения с разделяющимися переменными. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами методом Я.Бернулли. Решение уравнения И. Бернулли – нелинейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами. Решение уравнений, содержащих только одну переменную.

Задача Коши. Решение уравнения 1-го порядка с заданными начальными условиями.

4.3.9. Определители

Геометрическая постановка. Алгебраическая постановка. Свойства определителей второго порядка. Определители третьего порядка. Определители n-го порядка и способы их вычисления. Теорема Лапласа.

4.3.10. Векторная алгебра и Линейные векторные пространства

Базовые понятия. Линейные операции. Нелинейные операции: скалярное, векторное и смешанное произведения. Коллинеарность и компланарность векторов. Векторный базис. Линейные и нелинейные операции в координатной форме.

Базовые понятия. Линейные операции. Скалярное произведение. Евклидовы векторные пространства. Норма вектора. Неравенство Коши – Буняковского. Угол между векторами Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис. Ортогональные системы векторов и ортогональный базис. Построение ортогонального и ортонормированного базиса в n- мерном векторном пространстве.

4.3.11. Аналитическая геометрия на плоскости

Декартовы системы координат на плоскости. Преобразование системы координат. Полярная система координат. Связь полярной системы координат с декартовой. Построение уравнений прямой:уравнение прямой по двум заданным точкам, параметрическиеуравнения прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой по заданной точке и вектору, общее уравнение прямой, нормальное уравнение прямой.

Кривые второго порядка. Вывод канонических уравнений кривых 2-го порядка: окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Приведение уравнений 2-ой степени к каноническому виду. Частные случаи. Общий случай. Инварианты уравнения 2-ой степени.

4.3.12. Аналитическая геометрия в пространстве

Вывод уравнений плоскости: уравнение плоскости по данным двум векторам и точке, уравнение плоскости по трём точкам, уравнение плоскости в отрезках, общее уравнение плоскости, нормальное уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости.

Вывод уравнений прямой по двум заданным точкам, по заданной точке и вектору. Вывод параметрических уравнений прямой и общего уравнения прямой. Поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности.

4.3.13. Алгебра комплексных чисел и алгебра многочленов

Алгебраическая форма и арифметические действия. Сопряжённые числа и их свойства. Графический образ. Тригонометрическая форма. Арифметические действия в тригонометрической форме. Возведение в степень (формула Муавра) и извлечение корня в тригонометрической форме. Формула Эйлера, показательная форма, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа в показательной форме. Графический образ корней.

Базовые понятия. Операции над многочленами: сложение, вычитание, умножение. Деление без остатка и деление с остатком. Корни многочлена. Основная теорема алгебры. Следствия из основной теоремы: число корней в множестве комплексных чисел. Теорема Безу. Обобщённая теорема Виета. Разложение полиномов на множи-телив множестве комплексных чисел и в множестве действительных чисел. Знаменитые полиномы: полином Лагранжа, полином Ньютона.

4.3.14. Дифференциальные уравнения 2-го порядка

Простейшие дифференциальные уравнения второго порядка.Понятие линейной независимости двух функций. Связь количества произвольных постоянных с порядком уравнения. Построение общего решения линейного однородного дифференци-ального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера.

Метод Эйлера. Выбор аналитического вида решения. Построение характеристичес-кого уравнения и нахождение его корней. Построение общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения: разные действительные корни, корень один кратности 2, комплексные корни, мнимые корни.

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второ-го порядка с постоянными коэффициентами:методом Лагранжа (методом вариа-ции произвольных постоянных) и методом неопределённых коэффициентов.Отдельно рассмотреть частный случай, когда правая часть таких уравнений является суммой функ-ций , которые принадлежат к разным классам функций.

Решение задачи Коши. Постановка задачи. Связь порядка уравнения с количест-вом начальных условий.

4.3.15. Задача Штурма - Лиувилля.

Решение простейшего уравнения Штурма - Лиувилля для тривиальных краевых условий1-го,2-го и 3-го рода.Нахождение собственных чисел и собственных векторов для каждого вида краевых условий.

4.3.16. Матричная алгебра и решение линейных систем

Базовые понятия. Линейные операции над матрицами и свойства этих операций. Умножение матриц и свойства этой операции. Понятие линейной независимости строки и столбцов. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы и их свойства. Квадратные матрицы. Классификация квадратных матриц. Преобразование базисов с помощью матриц.

Системы линейных уравнений.

Неоднородные системы. Базовые понятия. Теорема Кронекера - Капелли и следствия из неё. Фундаментальная система решений. Основные методы решения: метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса (метод исключения), метод Гаусса с выбором главного элемента. Решение систем с разными свободными столбцами. Решение однородных систем.

4.3.17. Трёхдиагональная прогонка

Задачи, приводящие к решению линейных неоднородных алгебраических систем с трёхдиагональной матрицей. Построение решения таких систем. Прямой ход – построе-ниепрогоночных коэффициентов. Обратных ход - построение решения системы. Доста-точные условия для решения системы методом прогонки.

4.3.18. Задача на собственные значения

Постановка задачи**.** Собственные числа и собственные векторы. Частичная проблема собственных чисел и полная проблема. Свойства собственных векторов. Собственные числа диагональных и треугольных матриц. Решение задачи на собственные числа и собственные векторы в простейших случаях.

4.3.19. Решение линейных систем дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами

Базовые понятия.Порядок системы, Общее решение, частное решение, линейная комбинация решений, фундаментальная система решений.

Решение однородныхсистемы методом Эйлера.Построение и решение векового. Нахождение собственных векторов. Построение фундаментальной системы решений.

Решение неоднородных системы методом Лагранжа (метод вариации произвольных постоянных).Построение общего решения. Задача Коши.

4.3.20.Числовые ряды

Введение понятий: числовой ряд, общий член ряда, частичная сумма, остаток ряда, сходимость ряда, расходимость ряда. Необходимое условие сходимости ряда и достаточное условие расходимости ряда.Два необходимых и достаточных условия сходимости числового ряда. Линейные операции над сходящимися рядами: умножение ряда на число и сложение рядов.

Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами:первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Исследование на сходимость гармоничес-кого ряда и обобщённых гармонических рядов с помощью интегрального признака Ко-ши. Исследование на сходимость геометрических рядов (рядов геометрическойпрогрес-сии).

Знакопеременные числовые ряды. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница и ряды Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

4.3.21.Степенные ряды

Область сходимости ряда. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование рядов.

Степенные ряды.Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Вывод формулы для нахождения радиуса сходимости с помощью признака Даламбера или интегрального признака Коши. Равномерная сходимость.

Ряд Тейлора. Разложение бесконечно дифференцируемой функции в ряд Тейлора.
Условие сходимости ряда Тейлора. Единственность разложения функции в ряд Тейлора.
Разложение простейших элементарных функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Вывод формулы Эйлера с помощью рядов Маклорена. Многочлены Тейлора и Маклорена. Приближённые вычисления значений функций, производных и интегралов с помощью многочленов Тейлора и Маклорена.

4.3.22.Ортогональные ряды (Ряды Фурье)

Определение бесконечной ортогональной системы функций,Определение бесконечной ортогональной с весом системы функций. Разложение в ряд интегрируемых на отрезке функций по ортогональному набору функций. Построение коэффициентов Фурье

Тигонометрический ряд Фурье.Разложение функции по бесконечному ортогональному тригонометрическому базису. Теорема Дирихле. Построение коэффициентов для тригонометрических рядов Фурье. Сходимость в среднем. Тригонометрический ряд для чётных и нечётных функций.Разложение функций, заданных на полупериоде. Разложение функций по синусам. Разложение функций по косинусам.

4.3.23. Базовые понятия для функций 2-х и 3-х переменных

Построение области определения для функции двух переменных. Понятие предела функции в точке плоскости. Понятие непрерывности. Геометрический образ функции двух переменных.

Частные производные и дифференциалы. Определение частных производных первого и второго порядков. Условие равенства вторых смешанных производных для функции двух переменных. Частные производные и частные дифференциалы, полный дифференциал. Дифференциал второго порядка.Производная композиции функций. Дифференцирование неявно заданных функций. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.

4.3.24. Экстремумы функций двух переменных. Наибольшие и наименьшие значения

Необходимые условия экстремума. Многочлен Тейлора для функции двух переменных. Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций двух переменных. Постановка задачи на нахождение условных экстремумов. Решение задач на условный экстремум методом Лагранжа. Задача на условный экстремум для линейных функций (простейший случай симплекс метода).

4.3.25. Криволинейные интегралы

Построение криволинейного интеграла первого рода, его свойства. Вычисление интеграла в зависимости от аналитического задания пути интегрирования. Определение криволинейного интеграла второго рода, его свойства и способы вычисления. Интеграл 2-го рода по замкнутому пути. Условие независимости интеграла 2-го рода от вида пути. Выбор пути интегрирования, если подынтегральное выражение является полным дифференциалом и вычисление такого интеграла. Нахождение функции по полномудифференциалу. Решение уравнения в полных дифференциалах.

4.3.26.Двойные интегралы

Построение двойного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по площади. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат. Постро-ние якобиана (определителя Якоби). Вычисление двойного интеграла в полярнойсис-теме координат. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла в по-лярной системе координат. Применение двойного интеграла для вычисления площадей и объёмов.

4.3.27. Тройные интегралы

Построение тройного интеграла в декартовой системе координат. Построение якобиана (определителя Якоби) для цилиндрической системы координат и для сферической системы координат. Вычисление тройного интеграла в цилиндрическойи сферической системах координат. Применение тройного интеграла для вычисления объёмов.

4.3.28. Элементы теории поля

Скалярное поле и векторное поле. Определение производной по направлению.

Определения дифференциальных операций первого порядка. Градиент и его основные свойства. Связь градиента и производной по направлению. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор (вихрь) векторного поля. Дифференциальные операции второго порядка: дивергенция от градиента, ротор от градиента, дивергенция. Оператор Лапласа.

4.3.29.Решение уравнения одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье

Классификация линейных уравнений с двумя независимыми переменными и приведение их к каноническому виду. Начальные и краевые условия для уравнений математической физики и их классификация. Условия согласования начальных и краевых условий. Краевые условия для уравнений эллиптического типа, постановка задачи Дирихле и постановка задачи Неймана.

Решение однородного уравнения с нулевыми краевыми условиями.

Первый шагрешения.Разделение переменных. Представление неизвестной функцииив виде произведения двух неизвестных функций,первая из которых зависит от пространства, а другая только от времени. Построение дифференциальных уравнений для каждой из таких функций.

Второй шаг решения. Задача Штурма Лиувилля. Первая функция является решением задачи Штурма – Лиувилля с заданными краевыми условиями.Вторая функция зависит только от времени и является решением простого дифференциального уравнения 1-го порядка.

Третий шаг решения. Метод Фурье. Окончательное решение уравнение теплопроводности строится с помощью тригонометрического ряда Фурье.

Решение неоднородного уравнения с нулевыми краевыми условиями уравнения
Решение однородного уравнения с ненулевыми краевыми условиями.

4.3.30.Решение волнового одномерного уравнения методом Фурье

Первый шаг решения.Разделение переменных. Представление неизвестной функцииив виде произведения двух неизвестных функций, первая из которых зависит от пространства, а другая только от времени. Построение дифференциальных уравнений для каждой из таких функций.

Второй шаг решения. Задача Штурма Лиувилля. Первая функция является решением задачи Штурма – Лиувилля с заданными краевыми условиями. Вторая функция зависит только от времени и является решением дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Третий шаг решения. Метод Фурье. Окончательное решение волнового уравнения строится с помощью тригонометрического ряда Фурье.

Решение неоднородного уравнения с нулевыми краевыми условиями уравнения
Решение однородного уравнения с ненулевыми краевыми условиями.

4.3.31.Решение уравнения Лапласа на плоскости методом Фурье

Решается плоская задача на прямоугольнике в декартовой системе координат, решается задача внутри и вне круга в полярной системе координат.Решается задача Дирихле – неизвестная функция задана на границе.

Первый шаг решения.Разделение переменных. Представление неизвестной функцииив виде произведения двух неизвестных функций, первая из которых зависит от перовой переменной, а другая только от второй. Строятся и решаются дифференциальные уравнения для нахождения каждой неизвестной функции.

Второй шаг решения.связан с задачей Штурма Лиувилля.

Третий шаг решения.Окончательное решение уравнения Лапласа строится с помощью тригонометрического ряда Фурье.

4.3.32. Численные решения дифференциальных уравнений

Решение задачи Коши

Метод Эйлера для решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Оценка точности этого метода.Геометрический смысл метода Эйлера.

Метод Рунге –Кутта для решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Оценка точности этого метода. Геометрический смысл метода Рунге – Кутта.

Преобразование дифференциальных уравненийвторого и порядка в систему диффернциальных уравнений первого порядка.

Метод Эйлера для решения систем дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Метод Рунге –Кутта для решения систем дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Решение линейного уравнения 2-го порядка с разными краевыми условиями. Построение разностной аппроксимации исходного линейного дифференциального уравнения второго порядка. Решение разностного уравнения методом трёхдиагональной прогонки. Рассматриваются различные краевые условия.

4.3.33. Сеточный метод решения уравнения теплопроводности

Аппроксиимация частных производных. Правосторонняя,левосторонняя и центральная аппроксимация первых частных производных. Центрально разностнаяаппроксимация вторых частных производных. Оценка порядка точности таких аппроксимаций.

Построение решения уравнения теплопроводности по явнойсхеме с различными краевыми условиями. Оценка качества явной схемы.Условие Куранта-Леви (Фридрихса).

Построение решения уравнения теплопроводности по неявной схеме с различными краевыми условиями. Оценка качества неявной схемы.

4.3.34. Сеточный метод решения волнового уравнения.

Построение решения уравнения теплопроводности по явной схеме с различными краевыми условиями. Оценка качества явной схемы. Условие Куранта-Леви (Фридрихса).

4.3.35.Сеточный метод решения уравнения Лапласа и Пуассона

Введение понятия итерационного процесса. Построение разностной схемы с помощью центрально разностной аппроксимации вторых частных производных.Построение приближённого решения с помощью итерационного процесса.

4.3.36. Решение двумерного уравнения теплопроводности методом переменных направлений.

Описание алгоритма метода. Первый этап. Фиксируется одна переменная и строится неявная схема относительно другой переменной. При этом берётся половинный шаг по времени. На построенном промежуточном временном слое фиксируется другая переменная.Вновь для другого направления аналогичным образом строится вторая неявная схема. Время увеличивается ещё на половину шага. Процесс продолжается до окончания необходимого в задаче времени. Оценка качества этого метода. Использование этого метода для трёхмерного случая.

4.3.37.Специальные функции

Роль специальных функций при решении задач математической физики и теории приближений. Два примера специальных функций, которые играют особо важную рольв математике.

Полиномы Лежандра играют особую роль среди других сферических функций. Аналитический вид полинома, рекуррентные соотношения. Ортогональность и другие свойства. Область применения.

Полиномы Чебышевапервого рода являются важнейшим инструментом в теории приближении функций. Аналитический вид в тригонометрической форме. Рекуррентные соотношения. Алгебраическая форма многочлена. Ортогональность и другие свойства. Область применения.

4.4. Содержание занятий семинарского типа

Содержание практических занятий для очной формы обучения

Таблица 4

№ темы дисциплины	Тематикапрактическихзанятий	Всего часов	СЕМЕСТР	В том числе часовпрактичес-ких занятий
1	Функции, их классификация и свойства	2	1	0
2	Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность	4	1	0
3	Производная, дифференциал, свойства и техника дифференцирования	4	1	0
4	Полное исследование функций с помощью пределов и производных	4	1	0
5	Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования.	4	1	0
6	Определённый интеграл, свойства и вычисление.	4	1	0
7	Геометрическое приложение определённого интеграла	2	1	0
8	Базовые понятия теории дифференциальных уравнений, решение уравнений 1-го порядка	2	1	
9	Определители. Решение систем по формулам Крамера	2	1	0
10	Векторная алгебра. Линейные векторные пространства	4	1	0
11	Аналитическая геометрия на плоскости	4	1	0
12	Аналитическая геометрия в пространстве	4		
13	Алгебра комплексных чисел. Алгебра многочленов	2		
Σ	--	**42**	1	-----
11	Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с пост коэффициентами	2	2	0
12	Задача Штурма –Лиувилля	2	2	0
13	Матричная алгебра, решение линейных систем	4	2	0
14	Метод трёхдиагональной прогонки	2	2	0
15	Задача на собственные числа и собственные векторы	4	2	0
16	Решение систем дифференциальных. Уравнений с постоянными коэффициентами	4	2	0
17	Числовые ряды	4	2	0
18	Степенные ряды	2	2	0
19	Ортогональные ряды	2	2	0

20	Базовые понятия теории функций 2-х ,3-х переменных. Частные производные,	2	2	0
21	Экстремумы функций двух переменных. Наибольшие и наименьшие значения	2	2	0
22	Криволинейные интегралы	4	2	0
23	Двойные интегралы	4	2	0
24	Тройные интегралы	2	2	0
25	Теория поля	2	2	0
Σ	--	**42**	2	-------------
26	Решение одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье	4	3	0
27	Решение одномерного волнового уравнения методом Фурье	2	3	0
28	Решение двумерного уравнения Лапласа методом Фурье	4	3	0
29	Численные методы решения дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями	4	3	0
30	Сеточный метод решения уравнения теплопроводности (явная и неявная схемы).	2	3	0
31	Сеточный метод решения волнового уравнения	4	3	0
32	Сеточный метод решения уравнения Лапласа и Пуассона	4	3	0
33	Метод переменных направлений для двумерного уравнения теплопроводности	2	3	0
34	Специальные функции и их применение	2	3	0
Σ	--	**28**	3	-----

5. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://window.edu.ru/
2. Moodle
3.Все лекции и домашние задания систематически выкладываются в Cloud.rshu.ru

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Учет успеваемости каждого обучающегося по дисциплине осуществляется по 100-балльной шкале. Максимальное количество баллов по дисциплине за один семестр – 100:

- максимальное количество баллов за выполнение всех видов текущего контроля – 60,

- максимальное количество баллов за посещение лекционных занятий –10
-максимальное количество баллов за прохождение промежуточной аттестации –30
- максимальное количество дополнительных баллов –15.

6.1. Текущий контроль

тоговый опрос, методика выполнения и критерии оценивания текущего контроля по разделам дисциплины представлены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

6.2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации по дисциплине –**экзамен**

Форма проведения экзамена: письменно по билетам. В билете два теоретических вопроса и одна задача.

Перечень вопросов по высшей алгебре для подготовки к экзамену за первый семестр.

1. Определители N-го порядка. Способы вычисления. Свойства. Приведение определителя к треугольному виду методом Гаусса.

2. Векторная алгебра. Определение вектора. Равенство векторов. Коллинеарность и компланарность векторов. Нулевой вектор. Единичный вектор. Линейные операции с векторами и свойства этих операций. Скалярное, векторное и смешанное умножение векторов и свойства этих операций. Базисные векторы в 2-х мерном и трёхмерном пространствах.

Векторы в координатной форме. Координаты единичного вектора (направляющие косинусы). Линейные операции векторов в координатной форме. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в координатной форме.

Условие ортогональности, коллинеарности и компланорности в координатной форме. Вычисление косинуса угла межу векторами через координаты векторов.

3. Линейные векторные N- мерные пространства. Определение N- мерного вектора. Линейные операции с векторами. Скалярное умножение векторов. Норма вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Вычисление косинуса угла между векторамиЛинейная независимость векторов. Базис в N- мерном векторном пространстве. Связь между линейной независимостью и ортогональностью векторов. Ортогональный и ортонормированный базисы.

4. Аналитическая геометрия на плоскости. Декартовы системы координат, их классификация и преобразования. Полярная система координат. Связь декартовой системы координат с полярной. Вычисление площади треугольника через координаты его вершин.Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку с заданным угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку параллельно заданному вектору Нахождение расстояния от точки до прямой. Сравнить понятия *отклонениеи расстояние.* Нахождение расстояния между параллельными прямыми. Построение уравнения биссектрисы угла.

Кривые второго порядка. Геометрические определения окружности, эллипса, гипербо-лы и параболы. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Приведение алгебраического уравнения 2-го порядка к одному из канонических уравнений кривых второго порядка.

5. Аналитическая геометрия в пространстве. Вывод уравнений плоскостей: уравнение плоскости по двум векторам и точке, лежащим на этой плоскости, уравнение плоскости по трём заданным точкам, лежащим на этой плоскости, уравнение плоскости в отрезках, общее уравнение плоскости, нормальное уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости.

Построение уравнений прямой: уравнения прямой по двум заданным точкам, уравнение прямой по направляющему вектору и точке, параметрические уравнения прямой.

Поверхности второго порядка. Примеры канонических уравнений поверхностей 2-го порядка: сфера, эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, конус второго порядка. Примеры канонических уравнений цилиндрических поверхностей второго порядка – уравнения эллиптического параболического и гиперболического цилиндров.

6. Алгебра комплексных чисел. Алгебраическая форма и арифметические действия. Сопряжённые числа их свойства. Графический образ. Тригонометрическая форма. Арифметические действия в тригонометрической форме. Возведение в степень. Формула Муавра и извлечение корня в тригонометрической форме. Формула Эйлера, показательная форма, возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа в показательной форме.

7. Алгебра многочленов и дробно-рациональные выражения. Определение многочлена (полинома). Равенство многочленов. Нулевой многочлен. Единичный многочлен. Линейные операции с многочленами. Операция умножения многочленов. Корни многочленов. Кратность корня. Разложение многочленов на множители в множестве комплексных чисел и в множестве действительных чисел. Теорема Безу. Обобщённая теорема Виета.

Дробно-рациональные выражения. Правильные дроби. Неправильные дроби. Простейшие дроби. Разложение дробей на простейшие. Преобразование неправильных дробей в сумму многочлена и правильной дроби.

Перечень примеров по высшей алгебре для подготовки к экзамену за первый семестр:

1. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Даны векторы $\overrightarrow{AB} = \{\alpha; 6; \beta\}$ и $\overrightarrow{BC} = \{2; -3; 5\}$. Найдите сумму $\alpha + \beta$, если точки A, B, C лежат на одной прямой.

3. Найдите скалярное произведение векторов $2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}$, если угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ равен 150^0, $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{3}$, $|\boldsymbol{b}| = 2$.

4. Найдите сумму координат вектора $\boldsymbol{b} = \{x, y, z\}$, коллинеарного вектору $\boldsymbol{a} = \{2; 1; -1\}$, если скалярное произведение $(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}) = 3$.

5. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $A(-2; -3)$.

6. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 5)$ и отсекающей на оси ординат отрезок $b = 7$.

7. Составьте уравнения прямых, проходящих через точку $M(-3; -4)$ и параллельных осям координат.

8. Определите острый угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$.

9. Докажите, что прямые $4x - 6y + 7 = 0$ и $20x - 30y - 11 = 0$ параллельны.

10. Докажите, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны.

11. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M(-1; 3), N(2; 5)$.

12. Докажите, что прямые $3x - 2y + 1 = 0$ и $2x + 5y - 12 = 0$ пересекаются и найдите координаты точки пересечения.

13. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; -5)$ параллельно прямой $3x + 4y + 2 = 0$.

14. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой

$$x^2 + 4y^2 + 8y + 3 = 0.$$

15. Приведите уравнение к каноническому виду и установите вид этой кривой

$$x^2 + 2y^2 - 4y + 4x = 0.$$

16. Приведите уравнение$x^2 - y^2 - 6x + 10 = 0$к каноническому виду.Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнений?

17. Приведите уравнение$4y^2 + 8y - 2x - 1 = 0$к каноническому виду.Какая кривая 2-го порядка имеет такое уравнений?

18. Даны две точки $A(1; 3; -2)$ и B $(7; -4; 4)$. Постройте уравнение плоскости, проходящей через точкуB перпендикулярно отрезку AB.

19. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку A $(-2; 7; 3)$ параллельно плоскости $x - 4y + 5z - 1 = 0$.

20. Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки A $(3; -2; 1)$ и B $(1; 4; 0)$.

21. Найдитеугол, образованныйпрямыми

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-5}{2}, \quad \frac{x}{2} = \frac{y-3}{9} = \frac{z+1}{6}.$$

22. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку $A(1; -1; 0)$ перпендикулярно плоскости

$$2x - 3y + 5z - 7 = 0.$$

23. Напишите уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно прямой

$$\frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-2}.$$

24. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(4; -3; 1)$ параллельно прямым

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}, \qquad \frac{x+1}{5} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}.$$

25. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство $0 \le \mathrm{Im} z < 1$.

26. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство $1 \le |z + 2| \le 2$.

27. На комплексной плоскости изобразите все точки, для которых верно неравенство $|z| \ge 2$.

28. Разложите две правильную дробь $\frac{2x}{x^2-5x+6}$ на простейшие.

29. Разложите две правильную дробь $\frac{x+1}{(x-1)^2}$ на простейшие

30. Представьте неправильную дробь $\frac{5x^3}{x^3-4x}$в виде суммы многочлена и правильной дроби. Полученную правильную дробь разложите на простейшие.

31. Представьте неправильную дробь $\frac{x^3+3}{(x+1)(x-1)}$в виде суммы многочлена и правильной дроби. Полученную правильную дробь разложите на простейшие.

32. Решите систему методом Крамера

$$\begin{cases} 2x + z = 6, \\ 3x - 4y = -2, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

33. Решите систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x + z = 6, \\ 3x - 4y = -2, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

Перечень вопросов по математическому анализуфункций одного переменногок экзамену за первый семестр.

1. Функции, классификация и свойства.Определение функции Способы задания функции. Виды аналитического задания функции: явный, неявный, параметрический. Основные свойства: область определения, чётность, нечётность, монотонность, корни, периодичность и период.

2. Теория пределов и техника вычисления. Непрерывность.Основные поня-тия и определения: окрестность точки, граничные и внутренние точки, предельные точки. Определение предела функции в точке (по Коши). Понятие бесконечного предела.
Свойства предела. Единственность. Аддитивность. Однородность. Предел произведения. Предел отношения. Переход к пределу в неравенствах (свойство монотонности). Теорема о сжатой функции. Предел композиции функций.
Техника вычисления пределов. Виды неопределённостей и их раскрытие. Определение бесконечно малых и их сравнение. Свойства бесконечно малых. Список основных эквивалентных бесконечно малых. Основное свойство эквивалентных бесконечно малых. Определение бесконечно больших, их сравнение и свойства. Основное свойство эквивалентных бесконечно больших. Раскрытие неопределённостей с помощью эквивалентных бесконечно малых и бесконечно больших. Первый и второй замечательные пределы.
Непрерывность. Определение приращения аргумента и приращения функции. Односторонние пределы в точке: левосторонний и правосторонний. Три определения непрерывности функции в точке и их взаимосвязь. Операции над непрерывными функциями в точке: сложение, умножение, деление, композиция. Непрерывность функции в области. Односторонняя непрерывность.
Основные свойства функций непрерывных на отрезке.Две теоремы Вейерштрасса, теорема Коши, Теорема Больцано–Коши. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.
Точки разрыва и их классификация. Разрывы первого рода, устранимые разрывы. Разрывы второго рода. Привести примеры графических образов разрывов первого и второго рода.

3.Производная, дифференциал, свойства и техника дифференцирования.

Определение производной. Дифференцируемые функции, непрерывно дифференцируемые функции, гладкие функции. Знать основную таблицу производных элементарных функций. Основные свойства производных: аддитивность, однородность. Дифференцирование произведения и отношения функций. Дифференцирование композиции функций, обратных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование (два способа). Правило Лопиталя для нахождения предела отношения функций. Физический и геометрический смысл производной.

Дифференциал.Определение дифференциала функции и его геометрический смысл. Дифференциал аргумента. Основные свойства дифференциала: однородность, аддитивность. Дифференциал произведения. Выражение производной через дифференциалы.

4. Полное исследование функций с помощью пределов и производных.

Асимптоты. Классификация асимптот. Определение наклонной асимптоты. Необходимое условие существования наклонных асимптот. Вычисление параметров наклонной асимптоты. Горизонтальные асимптоты. Вертикальные асимптоты. Необходимое условие существования вертикальных асимптот.

Нахождение интервалов монотонности функции с помощью производных. Определение точек экстремума. Стационарные точки дифференцируемых функций. Два достаточных условия существования точек максимума или минимума.

Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений дифференцируемой функции. Выпуклость графика функции вверх и вниз. Точки перегиба. Определение вида выпуклости и нахождение точек перегиба с помощью второй производной.

5. Неопределённый интеграл, свойства и техника интегрирования**.**

Основные понятия и определения: подынтегральная функция, подынтегральноевыражение, переменная интегрирования. Знать основную таблицу интегралов. Связь между дифференцированием и интегрированием. Свойства неопределённых интегралов: однородность, аддитивность.

Техника интегрирования.Метод разложения, метод подстановки, интегрирование по частям (с выводом формулы). Интегрирование дробно-рациональных функций.Интегрирование некоторых тригонометрических функций.

6. Определённый интеграл, свойства и способы вычисления.Построение интегральной суммы и определение определённого интеграла. Условия интегрируемости.Свойства: однородность, аддитивность по подынтегральной функции, аддитивность по области интегрирования, монотонность, теорема о среднем, сохранение знака, связь пределов интегрирования. Оценка значений интеграла.

Вычисление.Формула Ньютона – Лейбница. Метод подстановки, формула интегрирования по частям. Интегрирование чётных и нечётных функций по симметричномуинтервалу. Несобственные интегралы первого рода, их вычисление с помощью пределов.

Ортогональные системы функций. Определение. Примеры тригонометрических систем ортогональных функций$\left\{\sin\frac{k\pi x}{l}, \cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$на отрезке $[-l, l]$, $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l}, \cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$и $\left\{\sin\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=1}^{\infty}$, $\left\{\cos\frac{k\pi x}{l}\right\}_{k=0}^{\infty}$ на отрезке $[0, l]$.

7. Геометрическое приложение определённого интеграла.Вычисление площади плоских фигур. Вывод формулы вычисления длины плоской кривой. Вывод формулы вычисления объёма тела вращения.

8. Базовые понятия теории дифференциальных уравнений.

Классификация уравнений:порядок, линейность, нелинейность, однородность, неоднородность, с постоянными коэффициентами и с переменными коэффициентами.

Классификация решений: общее решение, общий интеграл,частное решение,Простешие дифференциальные уравнения первого порядка и способы их решения. Уравнения с разделёнными переменными и уравнения с разделяющимися переменными. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами методом Я.Бернулли. Решение уравнения И. Бернулли – нелинейного дифференциального уравнения первого порядка с переменными коэффициентами.

Перечень примеров по математическому анализу функций одного переменного кэкзамену за первый семестр:

1. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно малых

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 15x}{tg10x}. \quad \lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{\ln(1+9x^2)}. \quad \lim_{x\to 0}\frac{(e^{6x}-1)^2}{x\sin 3x}.$$

2. Вычислите предел с помощью эквивалентных бесконечно больших

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{9x^7+x^5}{12x^5+x^2}. \quad \mathrm{Lim}_{x\to +\infty}\frac{7x^2-x}{15x^3+x^2}. \quad \lim_{x\to +\infty}\frac{5x^5+x^4-13}{4x^7-6+25}.$$

3. Вычислитепределспомощью2-го замечательного предела

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^{mx}. \quad \mathrm{Lim}_{x\to +\infty}\left(\frac{x}{1+x}\right)^{x}. \quad \lim_{x\to +0}\frac{\ln(a+x)-\ln a}{x}.$$

4. Найдите односторонние пределы функцийв заданной точке

$$x_0=\pi, \quad f(x)=\begin{cases}\sin x, & x<\pi,\\ x, & x\geq\pi.\end{cases} \quad x_0=1, \quad f(x)=\begin{cases}\sqrt{4-x^2}, & x<1,\\ x-2, & x\geq 1.\end{cases}$$

5. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной точке

$$f(x)=\frac{2x^2-x-1}{x^2+x-2}\text{ в точке } x_0=2. \quad f(x)=\frac{2^{\frac{1}{x}}-1}{2^{\frac{1}{x}}+1}\text{в точке } x_0=1.$$

6. Исследуйте функцию на непрерывность в заданной области

$$f(x)=\frac{1}{(x-5)(x-1)}\text{ на отрезке }[1;5]. \quad f(x)=\frac{1}{x^2-26x+25}\text{ на отрезке}[1;25].$$

7. Найдите точки разрыва функции и определите их род

$$f(x)=\frac{1}{(x-5)(x-1)}. \quad f(x)=\frac{[x+1]}{x+1}. \quad f(x)=\frac{x^2-9}{x-3}. \quad f(x)=\frac{\sin x}{x}$$

8. Найдите производную функции

$$f(x)=\ln(5x^3-x). \quad f(x)=\mathrm{arctg}(\ln x). \quad f(x)=\ln^2\left(\mathrm{arctg}\left(\frac{x}{3}\right)\right).$$

9. Найдите производную параметрически заданной функции

$$x=\frac{t+1}{t}, y=\frac{t-1}{t}. \quad x=t^3, y=3t. \quad x=\cos^3 x, y=\sin^3 x.$$

10. Найдите производную функции с помощью логарифмического дифференцирования

$$f(x)=x^{\ln x}. \quad f(x)=\cos x^{\sin x}. \quad f(x)=x^x.$$

11. Найдите предел с помощью правила Лопиталя

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\sin 15\,x)}{\ln x}. \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}. \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^3}.$$

12. Составьте уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 2x^2 - 6x + 3$в точке с абсциссой $x_0 = 1$.
13. В какой точке плоскости касательная к графику функции $y = \ln x$ параллельна прямой
$y = 2x + 5$?
14. Найдите угол, под которым пересекаются графики двух функций

$$y^2 = 2x \quad \text{и } x^2 + y^2 = 8.$$

15. В каких точках плоскости касательная параболе, уравнение которой $y = -x^2 + 4x - 6$,
наклонена к оси абсцисс под углом 45^o или параллельна оси абсцисс?

16. Найдите дифференциал функции

$$y = arctg\sqrt{x} \quad , \qquad y = x^2 \ln x\,, \quad y = x\mathrm{tg}x.$$

17.Исследуйте функцию на асимптоты

$$y = \frac{6x^3}{x^2 - 4}. \quad y = \frac{2x^2}{x + 1}. \quad y = \frac{x^3}{(x + 1)^2}.$$

18.Найдите интервалы возрастания и убывания функции

$$y = x^3 - 6x^2 + 5. \quad y = (x - 2)^2. \quad y = \ln(x^2 - 2x + 4).$$

19. Найдите экстремумы функции

$$y = x^3 - 3x + 1. \quad y = e^{x^2 - 4x + 5}. \quad y = x - \mathrm{arctg}x.$$

20. Найдите точки перегиба и интервалы выпуклости вверх и вниз

$y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5. \quad y = e^{-x^2}. \ y = xe^{-x^2}.$Х
21. Найдите интеграл с помощью интегрирования по частям

$$\int 3x\sin 2x dx. \qquad \int 3x\,\mathrm{e}^{-x}\,2x dx. \qquad \int \mathrm{Ln}\,7x\,dx.$$

22.Проинтегрируйте дробно рациональную функцию

$$\int \frac{x}{x^2 - 4}dx. \qquad \int \frac{x + 3}{x^2 - 1}dx. \qquad \int \frac{x}{x^2 - 5x + 6}dx.$$

23. Возьмите интеграл от тригонометрической функции

$$\int \sin 3x \sin 2x dx. \ \int \mathrm{Sin}3x\cos 2x dx. \ \int \mathrm{Sin}^2 x\,dx\,. \ \int \mathrm{Cos}3x\cos 2x dx. \ \int \mathrm{Cos}^2 x\,dx.$$

24. Вычислите определённый интеграл

$$\int_0^1 x\,e^{-x}dx. \qquad \int_0^1 \ln(x + 3)dx. \qquad \int_1^e \frac{\ln x}{x}dx.$$

25.Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделёнными переменными и решение с начальным условием $y(1) = 1$.

$$xdx = (y + 1)dy. \quad xdx + ydy = 0.$$

26. Найдите общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и решение с начальным условием $y(1) = 1$..

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}. \quad (1 + y^2)x = y(1 + x^2)dy.$$

27. Найдите общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения

$$y' = e^y, \;\; y' = y\sqrt{y}, \qquad y' = \frac{2x}{1+x^2}, \qquad y' = \frac{1}{\sin x}.$$

Перечень вопросов по высшей алгебре к экзамену за второй семестр.

1. Матричная алгебра. Определение матрицы. Линейные операции с матрицами и их свойства. Операция умножения матриц и свойства этой операции. Линейная независимость строк (столбцов). Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью приведения матрицы к трапецевидному или треугольному виду.

Квадратные матрицы. Числовая характеристика- определитель квадратной матрицы. Диагональные матрицы Единичные матрицы. Треугольные матрицы. Симметричные матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Преобразования базисов с помощью матриц.

2. Линейные алгебраические системы. Расширенная матрица системы. Матрица системы. Теорема Кронекера – Капелли и следствия из неё. Решение системы методом Гаусса с выбором главного элемента. Описать алгоритм этого метода (прямой ход и обратный ход). Совместность и несовместность системы. Разобрать случай отсутствия решения, случай единственности, решения, случай бесчисленного множества решений. Построение фундаментальной системы решений. Решение системы с различными правыми частями. Системы с трёхдиагональными матрицами и метод решения таких систем – метод трёхдиагональной прогонки. Однородные системы. Тривиальное решение. Построение фундаментальной системы решений.

3. Задача на собственные значения и собственные векторы. Постановка задачи**.** Собственные числа и собственные векторы. Частичная проблема собственных чисел и полная проблема. Свойства собственных векторов. Собственные числа диагональных и треугольных матриц. Алгоритм решения в простейших случаях (все собственные числа – разные действительные числа).

Перечень вопросов по математическомуанализу к экзамену за второй семестр.

1. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.Понятие линейной независимости двух функций. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера. Связь количества произвольных постоянных с порядком уравнения.

Метод Эйлера. Выбор аналитического вида решения. Построение характеристичес-кого уравнения и нахождение его корней. Построение общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения: разные действительные корни, корень один кратности 2, комплексные корни, мнимые корни.

Метод Лагранжа (метод вариации произвольных постоянных) для решения неодно-родных линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Метод неопределённых коэффициентовдля решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Решение задачи Коши.Постановка задачи. Связь порядка уравнения с количеством начальных условий. Решение задачи Коши для уравнений первого порядка и для уравнений второго порядка.

2. Решение линейных систем дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Сначала рассматривается решение однородных систем методом Эйлера. Потом случай решения неоднородных систем.

3. Числовые ряды. Введение понятий: числовой ряд, общий член ряда, частичная сумма. Необходимое условие сходимости ряда и достаточное условие расходимости ряда. Два необходимых и достаточных условия сходимости числового ряда. Линейные операции над сходящимися рядами: умножение ряда на число и сложение рядов.

Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Исследование на сходимость гармонического ряда и обобщённых гармонических рядов с помощью интегрального признака Коши. Исследование на сходимость геометрических рядов (рядов геометрической прогрессии).

Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница и ряды Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

4.Функциональные ряды и их приложение**.** Интервал сходимости ряда. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование рядов.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Вывод формулы для нахождения радиуса сходимости с помощью признака Даламбера или интегрального признака Коши. Равномерная сходимость степенных рядов на отрезке.

Ряд Тейлора. Разложение бесконечно дифференцируемой функции в ряд Тейлора. Условие сходимости ряда. Единственность разложения функции в ряд.Разложение простейших элементарных функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена.

Многочлены Тейлора и Маклорена. Приближённые вычисления значений функций, производных и интегралов с помощью многочленов Тейлора и Маклорена. Вывод фор-мул разностной аппроксимация первой и второй производных с помощью многочлена Тейлора.

Тигонометрический ряд Фурье. Разложение функции по бесконечному ортогональному тригонометрическому базису. Построение коэффициентов Фурье. Тригонометрический ряд для чётных и нечётных функций.

5. Базовые понятия для функций нескольких переменных. Построение области определения для функции двух переменных и геометрический образ таких функций.

Частные производные и дифференциалы. Определение частных производных первого и второго порядков. Условие равенства вторых смешанных производных для функции двух переменных. Частные производные и частные дифференциалы, полный дифференциал. Дифференциал второго порядка. Производная композиции функций (полная производная). Дифференцирование неявно заданных функций. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.

6. Экстремумы функций двух переменных. Необходимые условия экстремума. Многочлен Тейлора для функции двух переменных. Вывод необходимого и достаточного условий существования экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций двух переменных. Постановка задачи на нахождение условных экстремумов. Решение задач на условный экстремум методом Лагранжа. Задача на условный экстремум для линейных функций (простейший случай симплекс метода).

7. Криволинейные интегралы. Построение криволинейного интеграла первого рода, его свойства. Вычисление интеграла в зависимости от вида аналитического задания пути интегрирования. Определение криволинейного интеграла второго рода, его свойства и зависимость интеграла от направления пути интегрирования. Способы вычисления. Интеграл 2-го рода по замкнутому пути. Условие независимости интеграла 2-го рода от вида пути. Выбор пути интегрирования, если подынтегральное выражение является полным дифференциалом и вычисление такого интеграла. Нахождение функции по полному дифференциалу. Решение уравнения в полных дифференциалах.

8. Двойные интегралы. Построение двойного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по площади. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат. Построение якобиана (определителя Якоби). Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла в полярной системе координат. Применение двойного интеграла для вычисления площадей и объёмов.

.

9. Тройные интегралы. Построение тройного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства интеграла по объёму. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат. Построение якобиана (определителя Якоби) для цилиндрической системы координат. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат. Сферическая система координат и соответствующий якобиан. Применение тройного интеграла для вычисления объёмов.

10. Элементы теории поля. Скалярное поле и векторное поле. Определение производной по направлению.
Определения дифференциальных операций первого порядка. Градиент и его основные свойства. Связь градиента и производной по направлению. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор (вихрь) векторного поля. Дифференциальные операции второго порядка: дивергенция от градиента, ротор от градиента, дивергенция от ротора.

Перечень примеров по математическому анализу кэкзамену за 2-й семестр.

1. Найдите общее решение однородного дифференциального уравнения методом Эйлера

$$y'' - 6y' + 8y = 0, \quad y'' - 4y' + 4y = 0, \qquad y'' + 9y = 0, \quad y'' - 10y' + 29y = 0.$$

2. Найдите общее решение неоднородного дифференциального уравнения методом Лагранжа

$$y'' - y' = x, \quad y'' + y = 4e^x, \quad y'' + y' = \cos x.$$

3. Найдите общее решение неоднородного дифференциального уравнения методом неопределённых коэффициентов

$$y'' - y' = x, \quad y'' + y = 4e^x, \quad y'' + y' = \cos x.$$

4.Исследуйте ряд на сходимость с помощью признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}.$$

5.Исследуйте ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3^n}\right)^n.$$

5.Исследуйте ряд на сходимость с помощью интегрального признака Коши.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}.$$

7. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость (сходимость по Лейбницу).

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}.$$

8. Найдите радиус и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(n+1)}{2^n}x^n.$$

9. Найдите область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n(n+1)}(x+1)^n.$$

10. Разложить функцию y= $x+1$в ряд Фурье по косинусам на отрезке $[0;\pi]$.

11. Найдите полный дифференциал 1-го порядка от функции

$$z=\ln(3x+2y). \quad 2.\ \ z=x^y.$$

12. Найдите полную производную $\frac{dz}{dt}$ по переменной поt от функции $z=ye^{-2x}$, где $x=2t+2,\ y=\sin t\,.\, z=x\tan 3y$, где $x=t^2,\ y=2t^3$.

13. Найдите производную скалярного поля $v=2xy+3yz+5zx$по заданному направлению вектора $\boldsymbol{a}=\{12;3;4\}$ в точке $B(1;2;5)$.

14.Найдите производную $\frac{\partial v}{\partial e}$ скалярного поля $v=2x^2y^3+5z$по направлению вектора $\boldsymbol{a}=\{1;1;1\}$.

15. Найдите градиент $gradz$ плоского скалярного поля $z=\ln(3x+2y)$ в точке $B(1;2;5)$.

16. Найдите направление наибольшего роста функции $v=xy+yz+5zx^2$в точке $B(1;2;3)$.

17. Найдите дивергенцию (расходимость) $div(\boldsymbol{a})$векторного поля

$$\boldsymbol{a}(x,y,z)=2xy\boldsymbol{i}+3xz\boldsymbol{j}+7yz\boldsymbol{k}\text{в точке } A(3;1;2).$$

18. Найдите дивергенцию от градиента $div(gradw)$, если $w=3xy+5yz^3$.

19. Постройте ротор (вихрь) $rot(\boldsymbol{b})$заданного векторного поля

$$\boldsymbol{b}(x,y,z)=2xy\boldsymbol{i}+3xz\boldsymbol{j}+7yz\boldsymbol{k}.\,\boldsymbol{b}(x,y,z)=grad(xy+yz+5zx^2).$$

20. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования этотреугольник со сторонами $x=0, y=0, x+y=2$.

21. Найдите пределы интегрирования двойного интеграла, если область интегрирования описана системой неравенств

$$\begin{cases} x\ge 0,\\ y\ge 0,\\ x^2+y^2\le 1.\end{cases} \begin{cases} y\ge x^2,\\ y\le 4-x^2.\end{cases}$$

22. Поменяйте порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)dx. \quad \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dx. \quad \int_1^2 dx \int_x^{2x} f(x,y)dx.$$

23. Вычислите интеграл

$$\int_2^4 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy, \qquad \int_1^2 dy \int_0^{\ln y} e^x dx.$$

21.Вычислите интеграл

$$\iint\limits_D \cos(x+y)\, dxdy,$$

если область интегрирования ограничена прямыми$x = 0, y = \pi, y = x$.

Перечень вопросов по математическому анализу к экзамену за третий семестр

1. Базовые понятия в теории уравнений математической физики**.**

Классификация линейных уравнений с двумя независимыми переменными и приведение их к каноническому виду. Начальные и краевые условия для уравнений математической физики. Существование и единственность решения.

2.Решение однородного уравнения теплпроводности с начальным условием и с нулевыми краевыми условиями.

Первый шаг решения.Разделение переменных. Представление неизвестной функциив виде произведения двух неизвестных функций, первая из которых зависит от пространства, а другая только от времени. Построение дифференциальных уравнений для каждой из таких функций.

Второй шаг решения. Задача Штурма Лиувилля. Первая функция является решением задачи Штурма – Лиувилля с заданными краевыми условиями. Вторая функция зависит только от времени и является решением простого дифференциального уравнения 1-го порядка.

Третий шаг решения. Метод Фурье. Окончательное решение уравнение теплопроводности строится с помощью тригонометрического ряда Фурье.

3. Решение одномерного волнового уравнения методом Фурье.

Первый шаг решения.Разделение переменных. Представление неизвестной функциив виде произведения двух неизвестных функций, первая из которых зависит от пространства, а другая только от времени. Построение дифференциальных уравнений для каждой из таких функций.

Второй шаг решения. Задача Штурма Лиувилля. Первая функция является решением задачи Штурма – Лиувилля с заданными начальными условиями и краевыми условиями. Вторая функция зависит только от времени и является решением дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Третий шаг решения. Метод Фурье. Окончательное решение волнового уравнения строится с помощью тригонометрического ряда Фурье.

4.Решение двумерного уравнения Лапласа методом Фурье.

Решается плоская задача на прямоугольнике в декартовой системе координат, решается задача внутри и вне круга в полярной системе координат. Решается задача Дирихле – неизвестная функция задана на границе.

Первый шаг решения.Разделение переменных. Представление неизвестной функцииив виде произведения двух неизвестных функций, первая из которых зависит от перовой переменной, а другая только от второй. Строятся и решаются дифференциальные уравнения для нахождения каждой неизвестной функции.

Второй шаг решения связан с задачей Штурма Лиувилля.

Третий шаг решения. Окончательное решение уравнения Лапласа строится с помощью тригонометрического ряда Фурье.

5. Численные методы решения дифференциальных уравнений. Решение задачи Коши

Метод Эйлера для решения дифференциального уравнения 1-го порядка**.** Оценка точности этого метода.Геометрический смысл метода Эйлера.

Метод Рунге –Кутта для решения дифференциального уравнения 1-го порядка**.** Оценка точности этого метода**.** Геометрический смысл метода Рунге – Кутта.

Преобразование дифференциальных уравненийвторого и порядка в систему диффернциальных уравнений первого порядка.

Метод Эйлера для решения систем дифференциальных уравнений 1-го порядка**.**

Метод Рунге –Кутта для решения систем дифференциальных уравнений 1-го порядка**.**

Решение линейного дифференциального уравнения с заданными краевыми условиями.

Построение разностных аппроксимацийпервой и второй производной: левосторонняя, центральная аппроксимации.

Построение разностной аппроксимации исходного линейного дифференциального уравнения второго порядка. Решение разностного уравнения методом трёхдиагональной прогонки. Рассматриваются различные краевые условия.

6. Сеточный метод решения уравнения теплопроводности.

Аппроксиимация частных производных. Правосторонняя, левосторонняя и центральная аппроксимация первых частных производных. Центрально разностнаяаппроксимация вторых частных производных. Оценка порядка точности таких аппроксимаций.

Построение решения уравнения теплопроводности по явной схеме с различными краевыми условиями. Оценка качества явной схемы. Указать условие Куранта- Леви (Фридрихса), при котором процесс решения будет устойчив относительно погрешностей.

Построение решения уравнения теплопроводности по неявной схеме с различными краевыми условиями. Оценка качества неявной схемы.

7. Сеточный метод решения волнового уравнения.

Построение сеточной аппроксимации уравнения. Решения построенного разностного уравнения по явной схеме с учётом заданных краевых условий. Указать условие Куранта- Леви (Фридрихса), при котором процесс решения будет устойчив относительно погрешностей.

8.Сеточный метод решения уравнения Лапласа и Пуассона.

Введение понятия итерационного процесса. Построение разностной схемы с помощью центрально разностной аппроксимации вторых частных производных. Построение приближённого решения с помощью итерационного процесса.

9. Решение двумерного уравнения теплопроводности методом перемен-ных направлений**.**

Описание алгоритма метода. Первый этап. Фиксируется одна переменная и строится неявная схема относительно другой переменной. При этом берётся половинный шаг по времени. На построенном промежуточном временном слое фиксируется другая переменная. Вновь для другого направления аналогичным образом строится вторая неявная схема. Время увеличивается ещё на половину шага. Процесс продолжается до окончания необходимого в задаче времени. Оценка качества этого метода. Использование этого метода для трёхмерного случая.

10. Специальные функции. Роль специальных функций при решении задач математической физики и теории при-ближений. Два примера специальных функций, которые играют особо важную роль в математике.

Полиномы Лежандра играют особую роль среди других сферических функций. Аналитический вид полинома, рекуррентные соотношения. Ортогональность и другие свойства. Область применения.

Полиномы Чебышева первого рода являются важнейшим инструментом в теории приближении функций. Аналитический вид в тригонометрической форме. Рекуррентные соотношения. Алгебраическая форма многочлена. Ортогональность и другие свойства. Область применения.

6.3. Балльно-рейтинговая система оценивания

Таблица 5(1,2).

Распределение баллов по видам учебной работы в первом и втором семестрах

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	**Баллы**
Посещение лекционных занятий	0-10
Теоретический опрос №1	0-20
Теоретический опрос №2	0-20
Теоретический опрос №3	0-20
Промежуточная аттестация	0-30
ИТОГО	**0-100**

Таблица 5(3)

Распределение баллов по видам учебной работы в третьем семестре

Вид учебной работы, за которую ставятся баллы	**Баллы**
Посещение лекционных занятий	0-10
Теоретический опрос №1	0-30
Теоретический опрос №2	0-30
Промежуточная аттестация	0-30
ИТОГО	**0-100**

Таблица 6.

Распределение дополнительных баллов

Дополнительные баллы (баллы, которые могут быть добавлены до 100)	**Баллы**
Активность на учебных занятиях	0-5
Участие в Олимпиаде	0-10
ИТОГО	**0-15**

Минимальное количество баллов для допуска до промежуточной аттестации составляет 40 баллов при условии выполнения всех видов текущего контроля.

Таблица 7

Балльная шкала итоговой оценки на экзамене

Оценка	**Баллы**
Отлично	85-100
Хорошо	65-84
Удовлетворительно	40-64
Неудовлетворительно	0-39

7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации ко всем видам аудиторных занятий, а также методические рекомендации по организации самостоятельной работы, в том числе по подготовке к текущему контролю и промежуточной аттестации, представлены в Методическихрекомендациях для обучающихся по освоению дисциплины «Математика».

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Г.И. Беликова, Е. А. Бровкина, Л. В.Витковская. Высшая алгебра. Учебное пособие.— Спб.:РГГМУ,2021.— 170 с. с ил.

2. Г.И. Беликова, Л. В.Витковская. Математика. Часть 3. Основы математического анализа. Учебное пособие.— Спб.:РГГМУ,2015.—208 с. с ил.

3. Г.И. Беликова, Е. А. Бровкина, Л. В.Витковская. Дифференциальные уравнения. Учебное пособие.— Спб.:РГГМУ,2020.— 162 с. с ил.

4. В.Я. Арсенин. Методы математической физикии специальные функции. Главная редакция физ. мат. литературы изд. « Наука», 1974.— 432 с.

5. Г.И. Беликова, Е.А. Бровкина, Б.Г. Вагер, Л.В. Витковская, Ю.Л. Матвеев.
Численные методы. Учебное пособие. — Спб.:РГГМУ,2019. — 174 с. с ил.

6. Т.Г. Андреева. МАТЕМАТИКА: специальные функции и некоторые приложения. Учебное пособие. — Спб.:РГГМУ,2013. — 102 с. с ил.

Дополнительная литература

1. И. М. Аксененкова, О. А. Малыгина, Н. С. Чекалкина и др. Ряды. Интеграл Фурье и преобразование Фурье. Приложения. – М.: В Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.— 208 с.

2. Ю.А. Данилов. Многочлены Чебышева. — М.: Едиториал УРСС 2003.— 160 с.

3. И. И .Баврин. Высшая математика. Учебник. —М.:Издательский центр «Академия»,2005.— 616 с. с ил.

4. М.Л. Краснов, А. И. Киселёв, Г. И. Макаренко и др. Вся высшая математика. Учебник. Т.2 – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 192 с.

5. В. Л. Файншмидт. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких аргументов. СПб.: БХВ-Петербург,2007. – 208 с.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Аудитория для проведения лекционных и практических занятий.Хорошие большие доски!!! Компьютерный класс с современными пакетами математических программ!!!

10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

11. Возможность применения электронного обучения и дистанционных образовательных технологий

Практическая часть дисциплины может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.