

Министерство образования и науки Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОГНОЗОВ

Рабочая программа по дисциплине

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Основная профессиональная образовательная программа
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

03.03.02 «Физика»

Направленность (профиль):

Физика

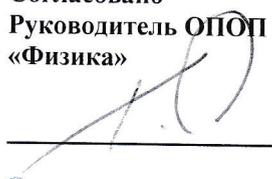
Квалификация:

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Согласовано
Руководитель ОПОП
«Физика»


Бобровский А.П.

Утверждаю

Председатель УМС  И.И. Палкин

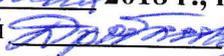
Рекомендована решением

Учебно-методического совета

19 сентября 2018 г., протокол № 4

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры

 2018 г., протокол № 7

Зав. кафедрой  Дробжева Я.В.

Авторы-разработчики:


Погорельцев А.И.

Санкт-Петербург 2018

Составил: А.И. Погорельцев, доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры метеорологических прогнозов РГГМУ.

Рецензент: Н.М. Гаврилов, доктор физ.-мат. наук, профессор Санкт-Петербургского государственного университета.

© Погорельцев Александр Иванович, 2018

© Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), 2018.

1. Цели освоения дисциплины

«Численные методы и математическое моделирование» является одной из основных дисциплин базовой части цикла дисциплин Б1, формирующих компетенции бакалавров по направлению подготовки 03.03.02 – Физика.

Цель дисциплины – формирование у студентов комплекса знаний в области современного использования численных методов, вычислительной техники и программных средств как применительно к решению прикладных и теоретических задач физики атмосферы и мониторинга окружающей среды, так и для рассмотрения физических задач более широкого профиля.

Основная задача дисциплины заключается в изучении и освоении студентами основных методов и принципов построения алгоритмов, применяемых для решения задач линейной алгебры, математической физики и гидродинамики атмосферы, а также используемых при обработке данных наблюдений; получении практических навыков работы с важнейшими пакетами прикладных программ, реализующих эти методы и алгоритмы.

Дисциплина изучается студентами, специализирующимися в области физики атмосферы и мониторинга окружающей среды.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Численные методы и математическое моделирование» для направления 03.03.02 – Физика относится к базовой части блока дисциплин.

Для освоения данной дисциплины, обучающиеся должны освоить разделы дисциплин: «Общая физика», «Геофизика», «Теория колебаний и волн». Дисциплина «Численные методы и математическое моделирование» является базовой для освоения дисциплин: «Вычислительная физика (практикум на ЭВМ)», «Математическое моделирование переноса загрязнений в атмосфере», «Математическое моделирование антропогенных воздействий на водные экосистемы» «Геофизическая гидродинамика»

ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются ре-

комендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций.

Код компетенции	Компетенция
ОПК-2	способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей
ПК2	способностью проводить научные исследования в избранной области экспериментальных и (или) теоретических физических исследований с помощью современной приборной базы (в том числе сложного физического оборудования) и информационных технологий с учетом отечественного и зарубежного опыта

В результате освоения компетенций в рамках дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» обучающийся должен:

знать:

- особенности машинной арифметики и проблемы, возникающие при численной реализации методов решения прикладных задач на компьютерах;
- основы программирования и основные элементы языка Фортран;
- методы и принципы построения алгоритмов, применяемые для решения задач линейной алгебры и математической физики;
- численные методы, используемые для решения нестационарных уравнений гидродинамики атмосферы;
- физическую и математическую постановки задачи о распространении в атмосфере внутренних гравитационных волн (ВГВ);
- основы теории возмущений и ее применение для решения задачи о вертикальной структуре ВГВ при наличии фонового потока и диссипации.

уметь:

- применять математический аппарат линейной алгебры и математической физики, используемый при разработке методов и построении численных алгоритмов решения прикладных и теоретических задач физики атмосферы;
- использовать стандартные пакеты прикладных программ, разработанные для решения задач линейной алгебры, математической физики и статистической обработки данных наблюдений;

- реализовывать на Фортране методы решения нестационарных задач гидродинамики, исследовать их на устойчивость и использовать простейшие методы компьютерной графики для представления результатов расчетов;
- использовать методы теории возмущений, комплексных амплитуд и функции Грина для решения уравнений, описывающих распространение ВГВ.

владеть:

- навыками составления драйверов для обращения к стандартным пакетам прикладных программ (SLATEC, IMSL и др.) для решения задач моделирования, аппроксимации и интерполяции, анализа данных.

Кроме этого, бакалавр **должен иметь представление** о важнейших проблемах физики атмосферы, решение которых возможно только методом математического моделирования и вычислительного эксперимента (моделирование климата и его изменений, долгосрочный прогноз погоды, обработка данных наблюдений - например, радиолокационных данных, изображений со спутников, ассимиляция данных в глобальных моделях общей циркуляции).

1. Основные признаки освоения формируемых компетенций в результате освоения дисциплины «Численные методы и математическое моделирование» сведены в таблице.

2. Соответствие уровней освоения компетенцией планируемым результатам обучения и критериям их оценивания

Этап (уровень) освоения компетенции	Основные признаки освоения компетенцией (описание уровня)				
	1.	2.	3.	4.	5.
минимальный	не владеет	слабо ориентируется в терминологии и содержании	Способен выделить основные идеи текста, работает с критической литературой	Владеет основными навыками работы с источниками и критической литературой	Способен дать собственную критическую оценку изучаемого материала
	не умеет	не выделяет основные идеи	Способен показать основную идею в развитии	Способен представить ключевую проблему в ее связи с другими процессами	Может соотнести основные идеи с современными проблемами
	не знает	допускает грубые ошибки	Знает основные рабочие категории, однако не ориентируется в их специфике	Понимает специфику основных рабочих категорий	Способен выделить характерный авторский подход
базовый	не владеет	плохо ориентируется в терминологии и содержании	Владеет приемами поиска и систематизации, но не способен свободно изложить материал	Свободно излагает материал, однако не демонстрирует навыков сравнения основных идей и концепций	Способен сравнивать концепции, аргументированно излагает материал
	не умеет	выделяет основные идеи, но не видит проблем	Выделяет конкретную проблему, однако излишне упрощает ее	Способен выделить и сравнить концепции, но испытывает сложности с их практической привязкой	Аргументированно проводит сравнение концепций по заданной проблематике
	не знает	допускает много ошибок	Может изложить основные рабочие категории	Знает основные отличия концепций в заданной проблемной области	Способен выделить специфику концепций в заданной проблемной области
продвинутый	не владеет	ориентируется в терминологии и содержании	В общих чертах понимает основную идею, однако плохо связывает ее с существующей проблематикой	Видит источники современных проблем в заданной области анализа, владеет подходами к их решению	Способен грамотно обосновать собственную позицию относительно решения современных проблем в заданной области
	не умеет	выделяет основные идеи, но не видит их в развитии	Может понять практическое назначение основной идеи, но затрудняется выявить ее основания	Выявляет основания заданной области анализа, понимает ее практическую ценность, однако испытывает затруднения в описании сложных объектов анализа	Свободно ориентируется в заданной области анализа. Понимает ее основания и умеет выделить практическое значение заданной области
	не знает	допускает ошибки при выделении рабочей области анализа	Способен изложить основное содержание современных научных идей в рабочей области анализа	Знает основное содержание современных научных идей в рабочей области анализа, способен их сопоставить	Может дать критический анализ современным проблемам в заданной области анализа

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часа

Очная форма обучения

Объём дисциплины	Всего часов
	2015, 2016, 2017, 2018 г.г. набора
Общая трудоёмкость дисциплины	252
Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:	132
в том числе:	
лекции	66
практические занятия	66
семинарские занятия	
Самостоятельная работа (СРС) – всего:	120
в том числе:	
курсовая работа	
контрольная работа	
Вид промежуточной аттестации	5 сем – Зачет 6 сем -экзамен

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Занятия в активной и интерактивной форме, час.	Формируемые компетенции
			Лекции	Практические	Самост. работа			
1	Математическое моделирование, численный эксперимент. Требования, предъявляемые к численным алгоритмам. Особенности машинной арифметики.	5	2	0	6	Вопросы на лекции.	0	ОПК-2
2	Основы программирования на Фортране, элементы языка.	5	4	6	6	Вопросы на лекции.	4	ПК-2
3	Численное решение систем линейных ал-	5	4	6	6	Вопросы на лекции.	4	ПК-2

	гебраических уравнений.							
4	Обусловленность вычислительной задачи, матричная норма и анализ ошибок.	5	4	2	6	Вопросы на лекции.	2	ОПК-2 ПК-2
5	Интерполяция и численное интегрирование.	5	4	4	6	Вопросы на лекции.	4	ПК-2
6	Аппроксимация данных наблюдений.	5	4	6	6	Вопросы на лекции.	4	ПК-2
7	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	5	8	6	10	Вопросы на лекции.	8	ПК-2
8	Численные методы решения граничных задач	5	6	6	10	Вопросы на лекции.	6	ПК-2
9	Численные методы решения нестационарных задач гидродинамики.	6	6	8	10	Вопросы на лекции.	6	ПК-2
10	Гармонические колебания и плоские волны, метод комплексных амплитуд.	6	4	2	6	Вопросы на лекции.	2	ОПК-2 ПК-2
11	Уравнение вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн (ВГВ).	6	4	2	6	Вопросы на лекции.	4	ОПК-2 ПК-2
12	Теория возмущений, WKBJ решение задачи о вертикальной структуре ВГВ, поправки к решению за счет диссипации.	6	4	4	8	Вопросы на лекции.	4	ОПК-2 ПК-2
13	Дисперсионное и поляризационные соотношения для ВГВ, закон сохранения волнового действия, понятие групповой скорости.	6	4	2	8	Вопросы на лекции.	4	ОПК-2 ПК-2
14	Моделирование общей циркуляции атмосферы, взаимодействие волн со средним потоком.	6	6	8	10	Вопросы на лекции.	6	ОПК-2 ПК-2
15	Анализ эксперимен-	6	4	6	10	Вопросы на лекции.	4	ОПК-2

тальных данных с целью выявления скрытых периодичностей.							ПК-2
		66	66	120		16	
ИТОГО:			132	120			
С учетом трудозатрат при подготовке и сдаче экзамена (36 часов)				252 часа			

4.2. Содержание разделов дисциплины

Математическое моделирование, численный эксперимент. Требования, предъявляемые к численным алгоритмам. Особенности машинной арифметики.

Основные области применения вычислительной техники, математическое моделирование и вычислительный эксперимент, инженерные, научные и экономические задачи, понятие математической модели, статические и динамические модели. Важнейшие современные проблемы, решение которых возможно только методом математического моделирования и/или вычислительного эксперимента. Различные виды погрешности (неустраняемая, дискретизации и округления). Устойчивый и неустойчивый алгоритм, понятие условной устойчивости, экономичные алгоритмы.

Машинная арифметика и ошибки вычислений, машинное представление вещественных и целых чисел, арифметика с плавающей точкой, мантисса и показатель, машинный эпсилон, свойства вычислений с плавающей точкой.

Основы программирования на Фортране, элементы языка

Операторы, объекты данных, имена, выражения и операции, ввод-вывод данных, обработка программ, элементы программирования, алгоритм и программа, базовые структуры алгоритмов (блок операторов и конструкций, ветвление, цикл, условный и безусловный переходы), использование функций и подпрограмм, передача параметров, работа с файлами.

Численное решение систем линейных алгебраических уравнений

Различные способы решения систем линейных алгебраических уравнений, преимущества прямых методов, хранимая, разреженная и ленточная матрицы, вектор ошибки и невязка, понятие вырожденности матрицы, векторные нормы, метод последовательного исключения Гаусса, треугольное (LU) разложение матрицы, главные элементы.

Обусловленность вычислительной задачи, матричная норма и анализ ошибок

Плохо обусловленные или некорректно поставленные задачи, понятие близости матрицы к вырожденной, число обусловленности, матричная норма, методы оценки числа обусловленности.

Интерполяция и численное интегрирование

Интерполирующая функция, эрмитов интерполянт, полиномиальная интерполяция, кусочно-полиномиальная интерполяция, формула Ньютона-Лейбница, методы построения

кватратур, простейшие одномерные кватратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона), базис Лагранжа, правила Гаусса, понятие правил открытого типа, основные свойства правил Гаусса, правила Гаусса-Кронрода, оценка погрешности, вычисление интегралов в нерегулярных случаях.

Аппроксимация данных наблюдений

Метод наименьших квадратов, метод ортогональных проекций, метод наименьших квадратов с весами, аппроксимация данных с использованием других норм, статистические критерии при исследовании данных наблюдений, стандартное отклонение, доверительные интервалы, график невязок, ковариационная матрица. Нормальные уравнения, ортогональные факторизации, QR-факторизация, преобразование Хаусхолдера, понятие почти вырожденной матрицы, вычисление собственных значений, сингулярное (SVD) разложение, псевдо-обратная матрица, аппроксимация по методу наименьших квадратов с использованием SVD разложения.

Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Решение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ), интегральные кривые, семейство решений ОДУ, начальная точка, дискретизация задачи, уравнения высокого порядка и системы уравнений, устойчивые и неустойчивые уравнения и численные методы, жесткие дифференциальные уравнения, метод Эйлера, точность и устойчивость численных методов, глобальная ошибка, локальная и распространяемая ошибки, множитель перехода, стратегия выбора шага интегрирования, анализ устойчивости для систем ОДУ, порядок метода численного интегрирования, неявные методы и их устойчивость, многошаговые и многозначные методы.

Численные методы решения граничных задач

Формулировка граничной (краевой) задачи, метод суперпозиции, метод прогонки (аналитической факторизации), метод построения функции Грина, определитель Вронского, достоинства и недостатки различных методов решения граничных задач.

Численные методы решения нестационарных задач гидродинамики

Нестационарная (смешанная) граничная задача, уравнения мелкой воды, адвекция, адаптация (взаимное приспособление полей ветра и массы или давления) и диффузия, проблема дискретизации (метод сеток), конечно-разностная аппроксимация, аналитическое решение линейного уравнения адвекции, пространственная дискретизация, вычислительная дисперсия и ошибки аппроксимации, согласованность, сходимости и устойчивость численных схем, схемы интегрирования по времени, критерий устойчивости Куранта-Фридриха-Леви, свойства схем на примере уравнения колебаний, свойства схем интегрирования эволюционных уравнений на примере линейного уравнения адвекции.

Гармонические колебания и плоские волны, метод комплексных амплитуд

Гармонические (монохроматические) колебания и плоские волны, временной и пространственный профиль волны, волновое число, круговая частота и фазовая скорость, длина волны и период, амплитуда, полная и начальная фазы волны, волновое уравнение.

Комплексная амплитуда гармонической волны, формула Эйлера, волновое уравнение Гельмгольца, правила осреднения нелинейных по амплитуде волны выражений, использование метода комплексных амплитуд при рассмотрении нелинейных функций.

Уравнение вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн (ВГВ)

Линеаризованная система уравнений, описывающая ВГВ, переход к комплексным амплитудам и сведение системы уравнений к одному ОДУ второго порядка для возмущения вертикальной скорости, исключение первой производной по высоте с помощью замены зависимой переменной.

Теория возмущений, WKBJ решение задачи о вертикальной структуре ВГВ, поправки к решению за счет диссипации

Коротковолновое приближение, введение малого параметра, решение нулевого порядка, учитывающее переменный по высоте фоновый поток, поправки первого порядка, обусловленные диссипацией.

Дисперсионное и поляризационные соотношения для ВГВ, закон сохранения волнового действия, понятие групповой скорости

Дисперсионное соотношение для ВГВ, поляризационные соотношения, уравнение сохранения плотности волновой энергии, обмен энергией между волной и средним потоком, плотность волнового действия, закон сохранения волнового действия, групповая скорость.

Моделирование общей циркуляции атмосферы, взаимодействие волн со средним потоком

Атмосферные волны глобального масштаба, приближенные уравнения для описания крупномасштабных движений атмосферы, лог-изобарическая система координат, уравнение сохранения энергии в различных системах координат, понятие доступной потенциальной энергии. Прогностические и диагностические уравнения, используемые при моделировании общей циркуляции атмосферы. Метод расщепления Марчука-Странга. Разбиение движений на зональноосредненные (среднезональные) и отклонения от них, зональные гармоники, планетарные волны, уравнения для средних величин и возмущений, вихревые потоки и взаимодействия.

Анализ экспериментальных данных с целью выявления скрытых периодичностей

Преобразование Фурье. Граничная частота и частота Найквиста. Маскировка частот и влияние конечности длины выборки. Сглаживание и фильтрация. Анализ данных с пропусками, периодограммы Ломба-Скаргла. Вейвлет преобразование. Пространственно-временной спектральный анализ глобальных распределений метеорологических полей.

4.3 Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

Семинарских и лабораторных занятий учебным планом не предусмотрено.

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Форма проведения	Формируемые компетенции
1	2	Вычисление машинного эпсилон.	Практическая работа	ПК-2
2	2	Настройка пакета прикладных программ SLATEC для работы на персональном компьютере.	Практическая работа	ПК-2
3	2	Организация ввода-вывода данных.	Практическая работа	ПК-2
4	2	Запись в файлы прямого доступа.	Практическая работа	ПК-2
5	3	Опыт работы с программой SGEFS из пакета SLATEC для решения системы линейных алгебраических уравнений.	Практическая работа	ПК-2
6	4	Методы вычисления (оценки) числа обусловленности матрицы.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2
7	5	Вычисление кубических интерполянтов Эрмита.	Практическая работа	ПК-2
8	5	Опыт работы с программами PCHEV, PCHEZ, Q1DA и QK15 из пакета SLATEC.	Практическая работа	ПК-2
9	6	Решение нормальной системы уравнений задачи аппроксимации по методу наименьших квадратов с использованием сингулярного разложения матрицы.	Практическая работа	ПК-2
10	7	Опыт работы с программами RKFS45, DOPRI5 и DGEAR из пакета IMSL и SDRIV2 из пакета SLATEC.	Практическая работа	ПК-2
11	8	Построение функции Грина для задачи о вертикальной структуре ВГВ в атмосфере.	Практическая работа	ПК-2
12	9	Опыт использования различных схем интегрирования по времени уравнения адвекции.	Практическая работа	ПК-2
13	10	Правила осреднения нелинейных слагаемых, возникающих в задачах о взаимодействии волн со средним потоком.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2
14	11	Вывод уравнения вертикальной структуры ВГВ.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2
15	12	Вывод поправок к ВКБ решению за счет диссипации. Опыт использования теории возмущений.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2
16	13	Вывод уравнения сохранения волновой энергии в терминах возмущения геопотенциала с использованием поляризационных соотношений.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2

17	13	Получение выражения для групповой скорости на основе дисперсионного соотношения для ВГВ.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2
18	14	Получение выражения для групповой скорости на основе дисперсионного соотношения для ВГВ.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2
19	15	Анализ скрытых периодичностей временных рядов с использованием метода Скаргла-Ломба и вейвлет преобразования Морле.	Практическая работа	ОПК-2 ПК-2

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

5.1 Текущий контроль

Вопросы на лекции. Студентам предлагаются вопросы по каждому разделу с последующим их домашним анализом.

а) Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля

Вопросы на лекции:

1. Почему, несмотря на популярность языка программирования Си++, все же задачи моделирования атмосферных процессов предпочтительно писать на ФОРТРАНе?
2. Что характеризует число обусловленности? Почему важна оценка этого числа?
3. В чем различие задач интерполяции и аппроксимации?
4. Какие проблемы возникают при вычислении определенных интегралов с помощью ЭВМ?
5. Почему нельзя использовать метод Гаусса в задачах аппроксимации данных по методу наименьших квадратов?
6. Каковы преимущества использования метода сингулярного разложения матриц?
7. В чем заключается проблема при решении жестких (сверхустойчивых) задач?
8. Каковы преимущества и недостатки метода аналитической факторизации (прогонки) и метода построения функции Грина?
9. Почему для решения уравнений адвекции и диффузии нужно использовать различные методы интегрирования?
10. Каковы полезные свойства дисперсионного соотношения для ВГВ?
11. Почему плотность волновой энергии в потоке со сдвигом не является сохраняющейся величиной?
12. Чем полезен метод комплексных амплитуд при рассмотрении задачи о взаимодействии волны со средним потоком?
13. В чем преимущества использования метода расщепления Марчука-Странга?
14. Какие радиационные процессы наиболее важны при моделировании общей циркуляции атмосферы?
15. В чем заключаются особенности анализа волновых возмущений, наблюдаемых в атмосфере Земли?

б) Примерная тематика рефератов, эссе, докладов

Выполнение рефератов, эссе и докладов по данной дисциплине не предусмотрено учебным планом.

в) Примерные темы курсовых работ, критерии оценивания

Выполнение курсовых работ по данной дисциплине не предусмотрено учебным планом.

5.2 Методические указания по организации самостоятельной работы

В течение семестра студент обязан самостоятельно прорабатывать материал, изложенный на лекциях, для чего рекомендуется использовать сделанные на лекциях конспекты, изучать основную и дополнительную литературу, презентации лекций и практических работ. Освоение материалом и выполнение практических работ проходит при регулярных, по возможности, консультациях с преподавателем. Для чего студенту предоставлена возможность использовать удаленный доступ (Интернет).

5.3 Промежуточный контроль

Промежуточный контроль по результатам 5-го учебного семестра – зачет.

Контроль по результатам 6-го учебного семестра – экзамен.

Вопросы к зачету 5-го семестра

1. В чем заключаются особенности машинной арифметики? Понятия машинного эпсилон.
2. Метод последовательного исключения Гаусса. LU разложение матриц.
3. Что характеризует число обусловленности? Понятие вырожденности матриц.
4. Полиномиальная интерполяция. Понятия Эрмитовых интерполянтов и кубических сплайнов.
5. Численные оценки определенных интегралов.
6. Взятие интегралов с особенностями, от быстро осциллирующих функций.
7. Метод наименьших квадратов, нормальная система уравнений.
8. В чем преимущество прямых методов решения задачи аппроксимации по методу наименьших квадратов?
9. Ортогональные преобразования. Как работает преобразование Хаусхолдера?
10. В чем заключаются преимущества использования сингулярного разложения матриц?
11. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Задача Коши.
12. Понятие жестких дифференциальных уравнений. Методы их численного интегрирования.
13. Глобальная ошибка, локальная и распространяемая ошибки, множитель перехода, стратегия выбора шага интегрирования, анализ устойчивости для систем ОДУ.
14. Формулировка (граничных) краевых задач. Метод суперпозиции.
15. Метод аналитической факторизации (прогонки).
16. Метод построения функции Грина для дифференциального оператора граничной задачи.
17. Построение функции Грина для уравнения вертикальной структуры внутренних гравитационных волн.

Перечень вопросов к экзамену 6-го семестра

1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Основные понятия (погрешность, устойчивость). Важнейшие проблемы, решение которых возможно только с помощью численного моделирования.
2. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях (подынтегральная функция с особенностью, быстро осциллирующие и экспоненциальные функции).
3. Особенности машинной арифметики. Представление чисел с плавающей точкой. Основные понятия (усечение, округление, машинный эпсилон).
4. Вычисление несобственных интегралов.
5. Элементы языка Фортран (операторы, объекты данных, выражения и операции, ввод/вывод данных). Программирование на Фортране (алгоритм и программа, базовые структуры алгоритмов, использование функций и подпрограмм).
6. Аппроксимация данных по методу наименьших квадратов. Основные понятия (модельные функции, параметры модели, невязки). Использование других норм.
7. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Преимущества прямых методов решения. Векторные нормы.
8. Статистические критерии при аппроксимации данных по методу наименьших квадратов.
9. Матричная норма и анализ ошибок. Оценка числа обусловленности.
10. Вычисление собственных значений матрицы. Сингулярное разложение.
11. Интерполяция и аппроксимация. Основные понятия. Полиномиальная интерполяция.
12. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Уравнения высокого порядка и системы ОДУ.
13. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяционные полиномы Эрмита. Кубические сплайны.
14. Устойчивые и неустойчивые ОДУ. Жесткие уравнения. Разностная схема Эйлера.
15. Метод последовательного исключения Гаусса для решения линейных систем с хранимыми матрицами. LU-разложение матрицы.
16. Нормальные уравнения метода наименьших квадратов. Ортогональные факторизации.
17. Обусловленность вычислительной задачи. Некорректно поставленные задачи. Число обусловленности.
18. Преобразование Хаусхолдера. QR-факторизация матрицы.
19. Численные оценки определенных интегралов. Простейшие одномерные квадратурные формулы.
20. Точность и устойчивость численных методов решения ОДУ. Порядок метода численного интегрирования.
21. Квадратурные правила Гаусса и Гаусса-Кронрода.
22. Неявные и многошаговые методы интегрирования ОДУ, их устойчивость. Порядок и погрешность многошаговых методов.
23. Уравнения гидротермодинамики атмосферы. Динамическая группа. Гидростатическое и геострофическое приближения: физический смысл и границы применимости.
24. Численные методы решения граничных задач (суперпозиции и прогонки).
25. Уравнения гидротермодинамики атмосферы. Термодинамическая группа. Понятие потенциальной температуры, связь с энтропией. Адиабатическое приближение. Адиабатические инварианты.
26. Свойства разностных схем интегрирования по времени на примере уравнения колебаний (трехуровневые схемы). Вычислительные моды и способы их подавления.
27. Гармонические колебания и плоские волны. Волновое уравнение.
28. Свойства разностных схем интегрирования по времени на примере уравнения колеба-

ний (двухуровневые схемы).

29.Метод комплексных амплитуд. Правила осреднения нелинейных членов.

30.Уравнения мелкой воды. Основные процессы, существенные для корректного описания атмосферных движений.

31.Дисперсионное соотношение для внутренних гравитационных волн. Понятие групповой скорости.

32.Конечно-разностные схемы интегрирования эволюционных уравнений гидротермодинамики на примере линейного одномерного уравнения адвекции (схема Мацуно).

33.Уравнение вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн.

34.Конечно-разностная аппроксимация дифференциальных уравнений. Вычислительная дисперсия и ошибки аппроксимации.

35.Распространение внутренних гравитационных волн в медленно меняющейся среде (ВКБ решение).

36.Корректность, устойчивость и сходимости схем интегрирования нестационарных краевых задач.

37.Уравнения сохранения энергии для внутренних гравитационных волн при наличии диссипации (вязкость, теплопроводность) и фонового потока со сдвигом. Закон сохранения волнового действия.

38.Конечно-разностные схемы интегрирования эволюционных уравнений гидротермодинамики на примере линейного одномерного уравнения адвекции (схема Лакса-Вендрофа).

39.Поляризационные соотношения для внутренних гравитационных волн. Выражения для плотности волновой энергии и волнового потока энергии через возмущение геопотенциала.

40.Функция Грина дифференциального оператора граничной задачи (на примере оператора вертикальной структуры для внутренних гравитационных волн).

Образцы билетов к экзамену

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Метеорологический факультет

Кафедра метеорологических прогнозов

Численные методы и математическое моделирование

БИЛЕТ № 7

1.Матричная норма и анализ ошибок. Оценка числа обусловленности.

2.Вычисление собственных значений матрицы. Сингулярное разложение.

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Метеорологический факультет

Кафедра метеорологических прогнозов

Численные методы и математическое моделирование

БИЛЕТ № 9

1.Кусочно-полиномиальная интерполяция. Интерполяционные полиномы Эрмита. Кубические сплайны.

2. Устойчивые и неустойчивые ОДУ. Жесткие уравнения. Разностная схема Эйлера.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений.- М.: Мир. 1980. 280 с.
2. *На Ц.* Вычислительные методы решения прикладных граничных задач.- М.: Мир. 1982. 296 с.
3. *Каханер Д., Моулер К., Нэш С.* Численные методы и программное обеспечение.- М.: Мир. 2001. 576 с.
4. *8. Репинская Р.П., Анискина О.Г.* Конечно-разностные методы в гидродинамическом моделировании атмосферных процессов.- Санкт-Петербург: РГГМУ, 2002, 174 с.
5. *10. Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование.- М.: Физматгиз. 2005. 320 с.

б) дополнительная литература:

1. *Курганский М.В.* Введение в крупномасштабную динамику атмосферы (адиабатические инварианты и их применение).- Санкт-Петербург: Гидрометеоиздат. 1993. 168 с.
2. Модели общей циркуляции атмосферы.- под редакцией *Ю. Чанга.* Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 352 с.
3. *Холтон Дж.Р.* Динамическая метеорология стратосферы и мезосферы.- Л.: Гидрометеоиздат. 1979. 224 с.
4. *Durrant D.R.* Numerical methods for wave equations in geophysical fluid dynamics. Texts in Applied mathematics vol. 32. Springer-Verlag, New York, USA, 1999, 465 p.
5. *Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченкова Н.В.* Вычислительные методы для инженеров.- М.: Высшая школа. 1994. 544 с.
6. *Бидлингмайер Е.Р., Погорельцев А.И.* Численное моделирование трансформации акустико-гравитационных волн в температурные и вязкие волны в атмосфере//Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, 1992, Т. 28, № 1, С. 64-74.
7. *Белов П.Н., Борисенков Е.П., Панин Б.Д.* Численные методы прогноза погоды.- Л.: Гидрометеоиздат, 1989, 376 с.
8. *Самарский А.А.* Введение в численные методы.- М.: Наука. 1987. 288 с.

в) Интернет-ресурсы:

- http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/f_src/slatec/slatec.html
<http://apps.nrbook.com/fortran/index.html>
<http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
<p>Лекции (темы №1-15)</p>	<p>Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины.</p> <p>Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь.</p> <p>Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе.</p> <p>Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции, на консультации, или с использованием удаленного доступа через Интернет</p>
<p>Практические занятия (темы №1-15)</p>	<p>Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам структуре и содержанию дисциплины.</p> <p>Конспектирование источников.</p> <p>Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы и работа с текстом.</p>
<p>Подготовка к зачету и экзамену</p>	<p>При подготовке к зачету и экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу, вопросы для подготовки к экзамену и т.д.</p>

8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Тема (раздел) дисциплины	Образовательные и информационные технологии	Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
Темы 1-15	Использование компьютеризированных аудиторий с проекторами	Компьютерные презентации лекций.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Лаборатория моделирования средней и верхней атмосферы, в которой используются персональные компьютеры и рабочие станции.