

Министерство образования и науки Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИ-  
ВЕРСИТЕТ

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа по дисциплине

**МАТЕМАТИКА**  
**(ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА)**

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

**05.03.05 - Прикладная гидрометеорология**

Направленность (профиль):  
**Авиационная метеорология**

Квалификация:  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Очная**

Согласовано  
Руководитель ОПОП  
«Авиационная метеорология»

 /Неёлова Л.О./

Утверждаю  
Председатель УМС  И.И. Палкин

Рекомендована решением  
Учебно-методического совета  
 2018 г., протокол № 4

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры  
28 марта 2018 г., протокол № 8  
Зав. кафедрой  Матвеев Ю.Л.

Авторы-разработчики:  
 Никитенко В.Г.

Санкт-Петербург 2018

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математика (Теория вероятностей и математическая статистика)» являются:

-привитие навыков построения и исследования вероятностных моделей метеорологических процессов;

- привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

Дисциплина изучается на английском языке.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математика (Теория вероятностей и математическая статистика)» является обязательной дисциплиной вариативной части образовательной программы.

При изложении дисциплины «Математика (Теория вероятностей и математическая статистика)» используются знания, полученные обучаемыми по дисциплине «Математика».

Знания и практические навыки, полученные по дисциплине «Математика (Теория вероятностей и математическая статистика)», используются в изучении дисциплины «Статистические методы анализа гидрометеорологической информации», «Методы и средства гидрометеорологических измерений», «Метрология, стандартизация и сертификация».

## 2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

| Код компетенции    | Компетенция                                                                                                                                                                                                |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1              | Способность представить современную картину мира на основе знаний основных положений, законов и методов естественных наук, физики и математики                                                             |
| ПК-2<br>(частично) | способностью анализировать явления и процессы, происходящие в природной среде, на основе экспериментальных данных и массивов гидрометеорологической информации, выявлять в них закономерности и отклонения |

В результате освоения компетенций в рамках дисциплины «Математика (Теория вероятностей и математическая статистика)» обучающийся должен:

### Знать:

- основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения практических задач.

### Уметь:

- применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;
- пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач.

Владеть:

- навыками применения современного математического инструментария для оценки состояния и прогноза развития метеорологических процессов.
- методикой построения, анализа и применения вероятностных моделей
- методикой обработки результатов статистических исследований.

Основные признаки проявленности формируемых компетенций в результате освоения дисциплины сведены в таблице.

## Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания

| Этап<br>(уровень)<br>освоения<br>компетенции | Планируемые<br>результаты обучения<br>(показатели<br>достижения заданного<br>уровня освоения<br>компетенций)                                                                                                                                                                 | Критерии оценивания результатов обучения                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                              | 2                                                                                                                                                                                                                                                                               | 3<br>минимальный                                                                                                                                                                                                                                                                   | 4<br>базовый                                                                                                                                                                                                                                                                        | 5<br>продвинутый                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Второй этап<br>(уровень)<br>ОПК-1            | <b>Владеть:</b><br>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики;<br>- способами устного и письменного изложения информации<br>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач | <b>Не владеет:</b><br>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики;<br>- способами устного и письменного изложения информации<br>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач | <b>Слабо владеет:</b><br>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики;<br>- способами устного и письменного изложения информации<br>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач | <b>Хорошо владеет:</b><br>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики;<br>- способами устного и письменного изложения информации<br>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач | <b>Уверенно владеет:</b><br>- основными методами решения базовых задач в рамках изученных разделов математики;<br>- способами устного и письменного изложения информации<br>- навыками применения соответствующей математической теории при решении определённых математических задач |
|                                              | <b>Уметь:</b><br>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики<br>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи                                                                      | <b>Не умеет:</b><br>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики<br>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи                                                                      | <b>Затрудняется:</b><br>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики<br>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи                                                                     | <b>Хорошо умеет:</b><br>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики<br>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи                                                                      | <b>Отлично умеет:</b><br>- решать базовые математические задачи в рамках изученных разделов математики<br>- логически стройно и аргументировано излагать (письменно и устно) идею решения математической задачи                                                                       |
|                                              | <b>Знать:</b><br>- основные положения соответствующих разделов математики;<br>– основные теоремы соответствующих разделов математики и рамки их применения;                                                                                                                  | <b>Не знает:</b><br>- основные положения соответствующих разделов математики;<br>– основные теоремы соответствующих разделов математики и рамки их применения;                                                                                                                  | <b>Плохо знает:</b><br>- основные положения соответствующих разделов математики;<br>– основные теоремы соответствующих разделов математики и рамки их применения;                                                                                                                  | <b>Хорошо знает:</b><br>- основные положения соответствующих разделов математики;<br>– основные теоремы соответствующих разделов математики и рамки их применения;                                                                                                                  | <b>Отлично знает:</b><br>- основные положения соответствующих разделов математики;<br>– основные теоремы соответствующих разделов математики и рамки их применения;                                                                                                                   |

|                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Первый этап<br>(уровень)<br>ПК-2<br>(частично) | <b>Владеть:</b><br>- навыками применения современного математического инструментария для оценки состояния и прогноза развития метеорологических процессов<br>- методикой построения, анализа и применения вероятностных моделей методикой обработки результатов статистических исследований | <b>Не владеет:</b><br>- навыками применения современного математического инструментария для оценки состояния и прогноза развития метеорологических процессов<br>- методикой построения, анализа и применения вероятностных моделей методикой обработки результатов статистических исследований | <b>Слабо владеет:</b><br>- навыками применения современного математического инструментария для оценки состояния и прогноза развития метеорологических процессов<br>- методикой построения, анализа и применения вероятностных моделей методикой обработки результатов статистических исследований | <b>Хорошо владеет:</b><br>- навыками применения современного математического инструментария для оценки состояния и прогноза развития метеорологических процессов<br>- методикой построения, анализа и применения вероятностных моделей методикой обработки результатов статистических исследований | <b>Уверенно владеет:</b><br>- навыками применения современного математического инструментария для оценки состояния и прогноза развития метеорологических процессов<br>- методикой построения, анализа и применения вероятностных моделей методикой обработки результатов статистических исследований |
|                                                | <b>Уметь:</b><br>- применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;<br>- пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач                                                                              | <b>Не умеет:</b><br>- применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;<br>- пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач                                                                              | <b>Затрудняется:</b><br>- применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;<br>- пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач                                                                             | <b>Хорошо умеет:</b><br>- применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;<br>- пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач                                                                              | <b>Отлично умеет:</b><br>- применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;<br>- пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач                                                                               |
|                                                | <b>Знать:</b><br>- основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения практических задач                                                                                                                                                    | <b>Не знает:</b><br>- основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения практических задач                                                                                                                                                    | <b>Плохо знает:</b><br>- основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения практических задач                                                                                                                                                    | <b>Хорошо знает:</b><br>- основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения практических задач                                                                                                                                                    | <b>Отлично знает:</b><br>- основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения практических задач                                                                                                                                                     |

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

| Объём дисциплины                                                                                     | Всего часов                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
|                                                                                                      | Очная форма обучения              |
|                                                                                                      | 2015, 2016, 2017, 2018 гг. набора |
| <b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>                                                                 | <b>72</b>                         |
| <b>Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:</b> | <b>44</b>                         |
| в том числе:                                                                                         |                                   |
| лекции                                                                                               | <b>14</b>                         |
| практические занятия                                                                                 | <b>30</b>                         |
| <b>Самостоятельная работа (СРС) – всего:</b>                                                         | <b>28</b>                         |
| <b>Вид промежуточной аттестации: зачёт</b>                                                           | <b>зачет</b>                      |

##### 4.1. Структура дисциплины

##### Очная форма обучения 2015-2018 гг. набора

| № п/п | Раздел и тема дисциплины                        | Семестр | Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час. |                           |                | Формы текущего контроля успеваемости | Занятия в активной и интерактивной форме, час. | Формируемые компетенции |
|-------|-------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------|---------------------------|----------------|--------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------|
|       |                                                 |         | Лекции                                                             | Семинар Лаборат. Практич. | Самост. работа |                                      |                                                |                         |
| 1     | Основные понятия. Вероятности событий.          | 4       | 2                                                                  | 6                         | 5              | Контрольная работа                   |                                                | ОПК-1                   |
| 2     | Случайные величины.                             | 4       | 2                                                                  | 6                         | 5              | Контрольная работа                   | 2                                              | ОПК-1                   |
| 3     | Математическая статистика и её основные задачи. | 4       | 2                                                                  | 2                         | 2              |                                      |                                                | ОПК-1                   |
| 4     | Точечное и интервальное оценивание.             | 4       | 2                                                                  | 6                         | 6              | Расчётное задание                    | 2                                              | ПК-2                    |
| 5     | Проверка статистических гипотез.                | 4       | 4                                                                  | 6                         | 6              | Расчётное задание                    | 2                                              | ПК-2                    |
| 6     | Задача регрессии.                               | 4       | 2                                                                  | 4                         | 4              |                                      |                                                | ПК-2                    |
|       | <b>ИТОГО</b>                                    |         | <b>14</b>                                                          | <b>30</b>                 | <b>28</b>      |                                      | <b>6</b>                                       |                         |

## **4.2. Содержание разделов дисциплины**

### **Основные понятия. Вероятности событий**

Предмет теории вероятностей и ее роль в естествознании. Выдающийся вклад отечественных ученых в обоснование и развитие теории вероятностей. Случайные события, операции над событиями. Вероятность событий и способы ее определения.

Алгебра событий. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Теорема сложения вероятностей.

Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности и теорема гипотез (Байеса).

Независимые испытания. Схема испытаний Бернулли, формула Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

### **Случайные величины.**

Случайные величины, определение и примеры случайных величин. Функция распределения, её свойства. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, их свойства. Понятие о биномиальном законе распределения и распределении Пуассона.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, их свойства. Понятие о начальных и центральных моментах. Функции случайных величин.

Нормальный закон распределения, его роль и место в теории вероятностей. Равномерный и показательный (экспоненциальный) законы распределения. Понятие о распределениях хи-квадрат и Стьюдента.

Системы случайных величин (случайные векторы). Дискретные и непрерывные системы случайных величин. Законы распределения системы. Свойства законов распределения. Независимость случайных величин. Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент и коэффициент корреляции, их свойства. Условные законы распределения. Условное математическое ожидание. Функция регрессии

Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли. Понятие о центральной предельной теореме.

### **Математическая статистика и её основные задачи.**

Предмет, задачи и основные понятия математической статистики. Выборочный метод. Вариационный ряд и выборочная функция распределения. Группированная выборка, гистограмма.

### **Точечное и интервальное оценивание**

Оценивание параметров закона распределения. Общие требования к оценкам. Состоятельные, несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии. Метод моментов. Оценивание числовых характеристик системы двух случайных величин.

Доверительный интервал и доверительная вероятность.. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормально распределенной случайной величины.

### Проверка статистических гипотез.

Проверка статистических гипотез, примеры. Общая схема проверки гипотез. Критическая область, уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Гипотезы о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин.

Проверка гипотез о виде закона распределения. Критерии Колмогорова и Пирсона.

### Задача регрессии.

Задача регрессии. Оценивание коэффициентов и функции регрессии по методу наименьших квадратов. Построение доверительных интервалов для коэффициентов и значений функции регрессии.

#### 4.3. Семинарские, практические, лабораторные занятия, их содержание

| № п/п | № раздела дисциплины | Тематика практических занятий                                                                                                                                | Форма проведения | Формируемые компетенции |
|-------|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------------------|
| 1     | 1                    | Классическая и геометрическая вероятности.                                                                                                                   | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 2     | 1                    | Операции над событиями. Теоремы сложения и умножения вероятностей..                                                                                          | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 3     | 1                    | Формула полной вероятности и теорема Байеса.                                                                                                                 | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 4     | 1                    | Схема Бернулли.                                                                                                                                              | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 5     | 1                    | Контрольная работа                                                                                                                                           | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 6     | 2                    | Дискретные случайные величины.                                                                                                                               | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 7     | 2                    | Непрерывные случайные величины.                                                                                                                              | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 8     | 2                    | Системы случайных величин                                                                                                                                    | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 9     | 2                    | Нормальный закон распределения.                                                                                                                              | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 10    | 2                    | Контрольная работа                                                                                                                                           | Решение задач    | ОПК-1                   |
| 11    | 3, 4                 | Оценки параметров закона распределения. Выборочная функция распределения. Метод моментов. Расчётное задание №1: «Оценивание параметров закона распределения» | Решение задач    | ОПК-1, ПК-2             |
| 12-13 | 5                    | Проверка статистических гипотез. Расчётное задание №2: «Проверка гипотезы о нормальном законе распределения.».                                               | Решение задач    | ПК-2                    |
| 14-15 | 6                    | Задача регрессии.                                                                                                                                            | Решение задач    | ПК-2                    |

## **5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### **5.1. Текущий контроль**

- Контрольная работа по разделу 1 (2 часа).
- Контрольная работа по разделу 2 (2 часа).
- Расчётное задание №1: «Оценивание параметров закона распределения»
- Расчётное задание №2: «Проверка гипотезы о нормальном законе распределения»

#### **а) Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля**

##### **Контрольная работа №1**

##### **Теория вероятностей и математическая статистика**

###### **ВАРИАНТ № 1**

- 1) На складе имеется 10 кинескопов, 6 из них изготовлены заводом N. Найти вероятность того, что среди 4-х наудачу взятых кинескопов окажется не менее трёх, изготовленных заводом N.
- 2) По мишени производят три выстрела. Вероятности попадания в мишень при каждом выстреле соответственно равны 0,8; 0,7; 0,9. Найти вероятность того, что в мишени будет ровно одна пробоина.
- 3) На двух станках обрабатывают одинаковые детали. Вероятность брака для станка № 1 равна 0,05, для станка № 2 – 0,06. Обработанные детали собирают в одном месте, причем со станка № 1 втрое меньше, чем со станка № 2. Вычислить вероятность того, что наудачу взятая деталь будет с дефектом.
- 4) В среднем 5% станков нуждаются в регулировке. Какова вероятность того, что из семи станков один нуждается в регулировке?

###### **ВАРИАНТ № 2**

- 1) Из десяти билетов пять выигрышных. Приобретается четыре билета. Какова вероятность того, что все приобретенные билеты выигрышные?
- 2) При включении стартера двигатель начинает работать с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что для ввода двигателя в работу придется включать зажигание больше двух раз.
- 3) Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов в отношении 3:7. При этом первый цех дает 4% брака, а второй – 3%. Найти вероятность того, что взятая наугад болванка содержит дефект.
- 4) Какова вероятность шесть раз попасть в цель, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6 и производится 12 независимых выстрелов? Найти наивероятнейшее число попаданий.

##### **Контрольная работа №2**

##### **Теория вероятностей и математическая статистика**

###### **ВАРИАНТ № 1**

- 1) Стрелок стреляет по мишени до первого попадания или пока не израсходует 4 патрона. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7.  $\xi$  – число израсходованных патронов. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график.
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

|       |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 0   | 1   | 2   | 3   |
| $p_i$ | $p$ | 0,3 | 0,1 | 0,2 |

- а) вычислить  $p$ ,  $M\xi$  и  $D\xi$  ;
- б) вычислить  $M\eta$  и  $D\eta$ , если  $\eta = -2 + 5\xi$  .
- 3) Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:
- $$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ ax^2, & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$
- а) найти коэффициент  $a$  ;
- б) найти функцию распределения;
- с) построить графики  $f(x)$ ,  $F(x)$ ; вычислить  $M\xi$  и  $D\xi$  .
- 4) С.в.  $X$  имеет нормальное распределение с  $m=-1$  и  $\sigma=1$ . Выписать плотность вероятности, построить график, найти  $P(-2 < X < 0)$ , соответствующую область под графиком заштриховать.

#### ВАРИАНТ № 2

- 1) В ралли участвуют 4 машины. Вероятность выхода из соревнований в результате поломки для каждой машины равна  $1/5$ .  $\xi$  – число машин, вышедших из соревнования. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график. Найти  $M\xi$ ,  $D\xi$  .
- 2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:
- |       |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 1   | 3   | 5   |
| $p_i$ | 0,2 | $p$ | 0,4 |
- а) вычислить  $p$ ,  $M\xi$  и  $D\xi$  ;
- б) вычислить  $M\eta$  и  $D\eta$ , если  $\eta = -4 + 3\xi$  .
- 3) Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:
- $$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < \pi/2 \\ a \cos x, & \text{при } \pi/2 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{при } x > \pi \end{cases}$$
- а) найти коэффициент  $a$  ;
- б) найти функцию распределения;
- с) построить графики  $f(x)$ ,  $F(x)$ ; вычислить  $M\xi$  .
- 4) С.в.  $X$  имеет нормальное распределение с  $m=4$  и  $\sigma=2$ . Выписать плотность вероятности, построить график, найти  $P(X < 6)$ , соответствующую область под графиком заштриховать.

#### Варианты расчетных заданий по математической статистике

Варианты расчетных заданий выдаются каждому студенту индивидуально из кафедрального банка заданий.

Примеры расчетных заданий.

#### Расчётное задание №1: “Оценивание параметров распределения”

Дана выборка значений случайной величины:

{4,91; 3,66; 4,00; 4,69; 3,69; 3,11; 4,05; 4,51; 3,54; 4,21; 3,47; 4,23; 3,99; 3,08; 4,83; 4,88; 3,94; 4,35; 3,86} и ее функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

(равномерный закон распределения).

Задание:

- 1) Используя метод моментов, найти оценки параметров  $a$  и  $b$ .
- 2) Построить оценки функции распределения и плотности вероятности.
- 3) Построить выборочную функцию распределения и сравнить ее с оценкой, полученной при помощи метода моментов.

**Примечание.** В каждом из вариантов задания используется один из шести видов закона распределения (равномерный, нормальный, показательный, прямоугольного треугольника, Симпсона, Лапласа).

### **Расчётное задание № 2: “Проверка гипотезы о нормальном законе распределения. Критерий Пирсона”**

Дана группированная выборка. Все интервалы имеют одинаковую длину  $h = 0,4$  и начинаются с точки  $x = 6,4$ . В каждый интервал попали следующие количества наблюдений:

6, 5, 12, 16, 22, 29, 37, 43, 48, 39, 19, 19, 8, 6.

Задание:

- 1) По заданной группированной выборке найти оценки математического ожидания и дисперсии. Построить гистограмму и график оценочной функции плотности вероятности.
- 2) Рассчитать критерий Пирсона. По таблицам найти критическое значение критерия Пирсона для заданного уровня значимости. Проверить гипотезу о том, что выборка извлечена из генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону.

### **Домашнее задание: “Построение оценки линейной регрессии”**

Дана таблица экспериментальных данных исследования зависимости  $x$  от  $y$ :

|     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x$ | 1     | 1,2   | 1,4   | 1,6   | 1,8   | 2     | 2,2   | 2,4   | 2,6   | 2,8   | 3     |
| $y$ | 14,68 | 16,46 | 17,32 | 18,04 | 19,01 | 19,71 | 20,51 | 22,08 | 22,68 | 24,01 | 24,52 |

Задание:

- 1) Используя метод наименьших квадратов, найти оценки коэффициентов и функции линейной регрессии:  $y = ax + b$ .
- 2) Построить доверительные интервалы для коэффициентов и функции регрессии (при доверительной вероятности 0,95).

### **б) Примерная тематика рефератов, эссе, докладов**

Вклад российских учёных в становление и развитие теории вероятностей и математической статистики.

## **5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы**

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля, а также для контроля самостоятельной работы обучающегося по отдельным разделам дисциплины:

1. Статистическое определение вероятности.

2. Классическое определение вероятности.
3. Аксиомы теории вероятностей и простейшие следствия из них.
4. Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей.
5. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
7. Дискретная случайная величина, её ряд распределения и функция распределения.
8. Непрерывная случайная величина. Плотность вероятности и функция распределения непрерывной случайной величины.
9. Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение случайной величины и их свойства.
10. Равномерный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
11. Показательный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
12. Нормальный закон распределения, плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсия.
13. Несмещённая оценка математического ожидания. Несмещённая оценка дисперсии.
14. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой случайной величины.
15. Проверка статистических гипотез. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости. Область допустимых значений и критическая область.

### **5.3. Промежуточный контроль: зачёт**

Зачёт проходит в устной форме на английском языке. Обучающемуся предлагается наиболее полно (с примерами) ответить на два, случайным образом выбранных вопроса.

#### **Перечень вопросов к зачёту**

1. Предмет и основные понятия теории вероятностей (случайный эксперимент, пространство элементарных исходов, случайное событие). Примеры.
2. Операции над случайными событиями (сложение, умножение). Несовместные события. Достоверное, невозможное, противоположное событие. Примеры.
3. Статистическое определение вероятности. Примеры.
4. Классическое определение вероятности. Примеры.
5. Аксиомы теории вероятностей и простейшие следствия из них.
6. Аксиомы теории вероятностей. Теорема сложения вероятностей.
7. Условная вероятность. Независимость событий. Теоремы умножения вероятностей.
8. Полная группа событий. Формула полной вероятности.
9. Полная группа событий. Формула Байеса.
10. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
11. Случайные величины. Функция распределения и её свойства. Вероятность попадания случайной величины в интервал.
12. Дискретная случайная величина, её ряд распределения и функция распределения.
13. Непрерывная случайная величина. Плотность вероятности и функция распределения непрерывной случайной величины, их свойства.
14. Математическое ожидание случайной величины и его свойства.
15. Дисперсия, среднеквадратическое отклонение случайной величины и их свойства.
16. Начальные и центральные моменты случайной величины.
17. Биномиальный закон распределения, математическое ожидание и дисперсия.

18. Закон распределения Пуассона, математическое ожидание и дисперсия.
19. Равномерный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
20. Показательный закон распределения, плотность вероятности, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия.
21. Нормальный закон распределения, плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсия.
22. Нормальный закон распределения. Функция распределения, функция Лапласа и её свойства. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в интервал. Правило "трёх сигм".
23. Системы случайных величин. Функция распределения системы двух случайных величин и её свойства. Независимость случайных величин.
24. Двумерная дискретная случайная величина и её матрица распределения. Независимость случайных величин.
25. Двумерная непрерывная случайная величина. Двумерная плотность вероятности и её свойства. Независимость случайных величин.
26. Условные законы распределения (условный ряд распределения, условная плотность вероятности).
27. Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент (ковариация) и коэффициент корреляции, их свойства. Зависимость и коррелированность.
28. Условное математическое ожидание и функция регрессии.
29. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева и Бернулли.
30. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова (формулировка).
31. Математическая статистика и её основные задачи. Выборка. Выборочная функция распределения. Гистограмма.
32. Оценка параметра. Общие требования к оценкам (несмещённость, эффективность и состоятельность).
33. Выборочные моменты. Метод моментов для оценивания параметров распределения.
34. Несмещённая оценка математического ожидания.
35. Несмещённая оценка дисперсии.
36. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределённой случайной величины.
37. Проверка статистических гипотез. Ошибки 1 и 2 рода. Уровень значимости. Область допустимых значений и критическая область. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий.
38. Проверка гипотезы о виде закона распределения (критерий Пирсона  $\chi^2$ ).

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

- 1 Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике, Айрис Пресс, 2003, 2008, 2010, 2013
- 2 Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 479 с. [www.biblio-online.ru/book/636B8B1D-1DD9-4ABE-845B-2E048D04ED84](http://www.biblio-online.ru/book/636B8B1D-1DD9-4ABE-845B-2E048D04ED84)

### **б) дополнительная литература:**

- 1 Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: Учебное пособие для ВУЗов. - М.: Высшая школа, 2000.

- 2 Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., пер. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 406 с. [www.biblio-online.ru/book/02E0C1D3-4EEA-43AA-AA6B-5E25C4991D0C](http://www.biblio-online.ru/book/02E0C1D3-4EEA-43AA-AA6B-5E25C4991D0C)
- 3 Беликова Г.И., Витковская Л.В. Русско-английский словарь математических терминов. — СПб.: РГГМУ, 2016. — 56 с. [http://elib.rshu.ru/files\\_books/pdf/rid\\_8debfd71af4e4c2f8f9b1f2da61bfa78.pdf](http://elib.rshu.ru/files_books/pdf/rid_8debfd71af4e4c2f8f9b1f2da61bfa78.pdf)

**в) Интернет-ресурсы:**

Электронный ресурс – Мир математических уравнений. Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru>

**г) программное обеспечение**

windows 7 66233003 24.12.2015  
office 2016 66005155 10.11.2015  
windows 7 66233003 24.12.2015  
office 2010 49671955 01.02.2012

**д) профессиональные базы данных**

не используются

**е) информационные справочные системы:**

1. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн. Режим доступа: <http://elib.rshu.ru>
2. Электронно-библиотечная система Юрайт. Режим доступа: <https://biblio-online.ru>

**7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

| Вид учебных занятий  | Организация деятельности студента                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекции               | <p>В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на формулировки различных математических высказываний. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых удобно отмечать возникшие во время лекций вопросы.</p> <p>Систематическое посещение лекций даёт возможность студентам достаточно быстро освоить современный научный стиль речи, принятый в русской математической школе.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Практические занятия | <p>Практическое занятие – это занятие, проводимое под руководством преподавателя в учебной аудитории, направленное на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами самостоятельной работы. В процессе таких занятий вырабатываются практические умения. Перед практическим занятием следует изучить конспект лекции и рекомендованную литературу, обращая внимание на практическое применение теории и на методику решения типовых задач, решить задачи заданные на дом. Главным содержанием практических занятий является активная работа каждого студента по применению математических понятий, теорем, свойств различных математических объектов. На практическом занятии важно освоить технику решения типовых задач в каждом рассмотренном разделе математики. Кроме того</p> |

|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                      | <p>важно понять связь между теоретическим материалом и соответствующими практическими задачами. Для закрепления навыков дома решаются задачи, заданные преподавателем по пройденной теме. Для ведения записей на практических занятиях обычно заводят отдельную тетрадь.</p> <p>На практических занятиях быстрее и лучше усваивается информация, полученная на лекциях. С помощью преподавателя происходит более глубокий анализ теоретического материала.</p> |
| Внеаудиторная работа | <p>Внеаудиторная работа по математике организуется студентом самостоятельно. Такая работа может включать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельное изучение различных разделов «Теории вероятностей и математической статистике»;</li> <li>- освоение на компьютере соответствующих пакетов математических программ. Например, MathCad, MATLAB.</li> </ul>                                                                                 |

#### **8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

| Тема (раздел) дисциплины | Образовательные и информационные технологии                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Темы 1-6                 | <p><u>информационные технологии</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. использование офисных пакетов для расчётов и представления полученных результатов</li> <li>2. организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты</li> </ol> <p><u>образовательные технологии</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. интерактивное взаимодействие педагога и студента</li> <li>2. сочетание индивидуального и коллективного обучения</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Пакет Microsoft Office.</li> <li>2. Электронно-библиотечная система ГидроМетеоОнлайн <a href="http://elib.rshu.ru">http://elib.rshu.ru</a></li> <li>3. Электронно-библиотечная система Юрайт. <a href="https://biblio-online.ru">https://biblio-online.ru</a></li> </ol> |

#### **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально-техническое обеспечение программы соответствует действующим санитарно-техническим и противопожарным правилам и нормам и обеспечивает проведение всех видов практических занятий и самостоятельной работы студентов.

Учебный процесс обеспечен аудиториями, комплектом лицензионного программного обеспечения, библиотекой РГГМУ.

1. **Учебная аудитории для проведения занятий лекционного типа** – укомплектована специализированной (учебной) мебелью, доской, мультимедийной техникой, обеспечивающими тематические иллюстрации, соответствующие рабочим учебным программам дисциплин (модулей).

2. **Учебная аудитории для проведения занятий семинарского типа** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, досками, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации, оснащенная компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации
3. **Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.
4. **Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации** - укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.
5. **Помещение для самостоятельной работы** – укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации

#### **10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.