

Министерство образования и науки Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИ-  
ВЕРСИТЕТ

Кафедра высшей математики и теоретической механики

Рабочая программа по дисциплине

**МАТЕМАТИКА**

Основная профессиональная образовательная программа  
высшего образования программы бакалавриата по направлению подготовки

**35.03.08 «Водные биоресурсы и аквакультура»**

Направленность (профиль):

**Управление водными биоресурсами и аквакультура**


Квалификация:

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная/заочная**

Согласовано  
Руководитель ОПОП  
«Управление водными биоре-  
сурсами и аквакультура»

 Королькова С.В.

Утверждаю

Председатель УМС  И.И. Палкин

Рекомендована решением  
Учебно-методического совета

19 июня 2018 г., протокол № 4

Рассмотрена и утверждена на заседании ка-  
федры

30 мая 2018 г., протокол № 10  
Зав. кафедрой  Матвеев Ю.Л.

Автор-разработчик:

 Матвеев Ю.Л.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины Математика является

- подготовка бакалавров, владеющих знаниями в объеме, необходимом для изучения специальных дисциплин.
- формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически мыслить;
- воспитание математической культуры, привитие навыков использования современных математических методов при решении прикладных задач;
- формирование умений составлять математические модели типовых профессиональных задач, находить способы их решений и интерпретировать экономический смысл полученного математического результата;
- привить навыки самостоятельной работы с математической литературой.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Математика относится к базовой части Блока Б1. Дисциплины. Изучается на первом курсе в течение двух семестров для очной формы обучения, на первом курсе для заочной формы обучения.

Математика в системе других дисциплин - это универсальный язык науки и техники и, кроме того, универсальный метод решения задач из разных дисциплин. Для изучения курса математики достаточно знаний, полученных в средней школе. Освоение курса математики необходимо, как предшествующее для всех естественнонаучных и специальных дисциплин.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Компетенция
ОПК-7	Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и математический аппарат в профессиональной деятельности, применять методы теоретического и экспериментального исследования

В результате освоения компетенций в рамках дисциплины Математика обучающийся должен:

### **Иметь представление:**

- о месте и роли математики в современном мире, мировой культуре и истории;
- о математическом мышлении, индукции и дедукции в математике, принципах математических рассуждений и математических доказательств;
- о логических, топологических и алгебраических структурах на множестве;
- о неевклидовых геометрических системах;
- о роли математики и информатики в гуманитарных исследованиях;

### **Знать и уметь использовать:**

- основы линейной алгебры, геометрии и математического анализа,
- формулировать и доказывать основные результаты этих разделов

### **Владеть:**

навыками решения типовых задач с применением изучаемого теоретического материала.

Основные признаки проявленности формируемых компетенций в результате освоения дисциплины Математика сведены в таблице.

**Соответствие уровней освоения компетенции планируемым результатам обучения и критериям их оценивания**

Этап (уровень) освоения компетенции	Основные признаки проявленности компетенции (дескрипторное описание уровня)				
	1.	2.	3.	4.	5.
минимальный	не владеет	слабо ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Математика»	Способен выделить основные идеи текста, работает с критической литературой дисциплины «Математика»	Владеет основными навыками работы с источниками и критической литературой дисциплины «Математика»	Способен дать собственную критическую оценку изучаемого материала дисциплины «Математика»
	не умеет	не выделяет основные идеи дисциплины «Математика»	Способен показать основную идею в развитии дисциплины «Математика»	Способен представить ключевую проблему в ее связи с другими процессами дисциплины «Математика»	Может соотнести основные идеи с современными проблемами дисциплины «Математика»
	не знает	допускает грубые ошибки в дисциплине «Математика»	Знает основные рабочие категории, однако не ориентируется в специфике дисциплины «Математика»	Понимает специфику основных рабочих категорий дисциплины «Математика»	Способен выделить характерный авторский подход дисциплины «Математика»
базовый	не владеет	плохо ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Математика»	Владеет приемами поиска и систематизации, но не способен свободно изложить материал дисциплины «Математика»	Свободно излагает материал, однако не демонстрирует навыков сравнения основных идей и концепций дисциплины «Математика»	Способен сравнивать концепции, аргументированно излагает материал дисциплины «Математика»
	не владеет	слабо ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Математика»	Способен выделить основные идеи текста, работает с критической литературой дисциплины «Математика»	Владеет основными навыками работы с источниками и критической литературой дисциплины «Математика»	Способен дать собственную критическую оценку изучаемого материала дисциплины «Математика»
	не умеет	не выделяет основные идеи дисциплины «Математика»	Способен показать основную идею в развитии дисциплины «Математика»	Способен представить ключевую проблему в ее связи с другими процессами дисциплины «Математика»	Может соотнести основные идеи с современными проблемами дисциплины «Математика»
продвинутый	не знает	допускает грубые ошибки в дисциплине «Математика»	Знает основные рабочие категории, однако не ориентируется в	Понимает специфику основных рабочих категорий дисциплины «Математика»	Способен выделить характерный авторский подход дисциплины «Математика»

		лине «Математика»	специфике дисциплины «Математика»	тика»	лины «Математика»
	не владеет	плохо ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Математика»	Владеет приемами поиска и систематизации, но не способен свободно изложить материал дисциплины «Математика»	Свободно излагает материал, однако не демонстрирует навыков сравнения основных идей и концепций дисциплины «Математика»	Способен сравнивать концепции, аргументированно излагает материал дисциплины «Математика»
	не владеет	слабо ориентируется в терминологии и содержании дисциплины «Математика»	Способен выделить основные идеи текста, работает с критической литературой дисциплины «Математика»	Владеет основными навыками работы с источниками и критической литературой дисциплины «Математика»	Способен дать собственную критическую оценку изучаемого материала дисциплины «Математика»

#### 4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» для направления подготовки 35.03.08 «Водные биоресурсы и аквакультура» (**очная форма обучения**) составляет 7 зачетных единиц, 252 часа из них: 154 часа контактная работа (аудиторные занятия), 98 часов – самостоятельная работа студентов. В первом семестре 36 часов лекции, 54 часа практические занятия, 18 часов самостоятельная работа студентов, во втором семестре – 16 часов лекции, 48 часов - практические занятия, 80 часов самостоятельная работа.

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» для направления подготовки 35.03.08 «Водные биоресурсы и аквакультура» (**заочная форма обучения**) составляет 7 зачетных единиц, 252 часа, из них: 8 часов - лекции, 12 часов – практические занятия, 232 часа – самостоятельная работа.

Объем дисциплины Математика по видам учебных занятий в академических часах

Объём дисциплины	Всего часов	
	Очная форма обучения	Заочная форма обучения
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>252</b>	<b>252</b>
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателям (по видам аудиторных учебных занятий) – всего:</b>	<b>154</b>	<b>20</b>
в том числе:		
лекции	<b>52</b>	<b>8</b>
практические занятия	<b>102</b>	<b>12</b>
<b>Самостоятельная работа (СРС) – всего:</b>	<b>98</b>	<b>232</b>
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет/экзамен)</b>	<b>Зачет, экзамен</b>	<b>экзамен</b>

#### 4.1. Структура дисциплины. Очная форма обучения

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции
			Лекции	Практические занятия	Самост. работа		
<b>1</b>	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Дифференциальное исчисление функций	<b>1</b>	<b>36</b>	<b>54</b>	<b>18</b>	Опрос, обсуждение, тестирование, проверка домашнего задания, контрольная	<b>ОПК-7</b>
<b>2</b>	Интегрирование функций. Дифференциальные уравнения. Дифференци-	<b>2</b>	<b>16</b>	<b>48</b>	<b>80</b>	Опрос, обсуждение, тестирование, проверка до-	<b>ОПК-7</b>

	альное и интегральное исчисление функции многих переменных. Числовые и функциональные ряды.					машного задания, контрольная	
	<b>ИТОГО</b>		<b>52</b>	<b>102</b>	<b>98</b>	<b>Зачет – 1 семестр Экзамен – 2 семестр</b>	<b>252</b>

### Заочная форма обучения

№ п/п	Раздел и тема дисциплины	Курс	Виды учебной работы, в т.ч. самостоятельная работа студентов, час.			Формы текущего контроля успеваемости	Формируемые компетенции
			Лекции	Практические занятия	Самост. работа		
<b>1</b>	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Дифференциальное исчисление функций Интегрирование функций. Дифференциальные уравнения. Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных. Числовые и функциональные ряды.	<b>1</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	<b>232</b>	Опрос, обсуждение, тестирование, проверка домашнего задания, контрольная	<b>ОПК-7</b>
	<b>ИТОГО</b>		<b>8</b>	<b>20</b>	<b>232</b>	<b>Экзамен</b>	<b>252</b>

### 4.2. Содержание разделов дисциплины

#### 1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Элементарные преобразования матриц. Обратимость элементарных преобразований. Приведение матриц к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений со ступенчатой матрицей системы. Общее решение систем линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные. Геометрическая интерпретация систем линейных уравнений в случае двух или трех неизвестных. Ненулевые решения однородной системы уравнений.

Определитель и элементарные преобразования. Построение определителя разложением по столбцу. Определитель транспонированной матрицы. Вычисление определителя разложением по строке.

Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Подпространство линейного пространства. Простейшие свойства линейно зависимых векторов. Базис и координаты векторов. Существование базиса конечномерного пространства. Размерность линейного пространства.

Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Матричная запись системы уравнений. Свойства арифметических операций над матрицами. Обратная матрица и формулы Крамера. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями. Преобразование координат при замене базиса.

Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях. Теорема о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.

Векторная запись системы уравнений. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений. Структура множества решений системы линейных уравнений. Выбор главных и свободных неизвестных

Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Характеристический многочлен линейного оператора. О корнях характеристического многочлена линейного оператора. Свойства собственных векторов с одинаковыми и различными собственными значениями.

Формула линейного функционала. Матрица билинейной формы. Матрица симметричной билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при замене базиса. Единственность симметричной билинейной формы, порождающей квадратичную форму. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Закон инерции для квадратичных форм.

Элементы аналитической геометрии

Прямоугольная система координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Векторы. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Расстояние от точки до прямой. Преобразование координат точки при замене системы координат. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых.

Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональность векторов. Независимость попарно ортогональных векторов. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Построение ортонормированного базиса ортогонализацией произвольного базиса. Матрица скалярного произведения в ортонормированном базисе. Ортогональные матрицы. Геометрическая интерпретация ортогональных матриц

Дифференциальное исчисление функций.

Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания.

Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции, их графики. Класс элементарных функций. Числовые последовательности, предел числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности. Пределы монотонных функций. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функций в точке. Не-

прерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений. Равномерная непрерывность.

Бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые, таблица эквивалентных бесконечно малых.

Понятие функции, дифференцируемой в точке, дифференциал функции и его геометрический смысл. Общее представление о методах линеаризации. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала. Таблица производных элементарных функций. Формула производной произведения функций, производная частного, производная сложной функции. Логарифмическая производная. Производная обратной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Неявная функция и ее производная. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение. Критерий постоянства функции на интервале. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Выпуклость. Необходимые и достаточные условия выпуклости в терминах второй производной. Точки перегиба. Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Представление функций  $\exp(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^2$  по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора в вычислительной математике. Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении.

Общая схема исследования функции и построения ее графика

## 2. Интегрирование функций

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов от элементарных функций. Методы интегрирования. Теорема о замене переменной под знаком неопределенного интеграла. Занесение множителя под знак дифференциала. Интегрирование по частям. Примеры. Интегрирование простейших рациональных функций. Теорема о разложении правильной рациональной дроби в сумму простых дробей. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций. Тригонометрические замены в интегралах от иррациональных функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование рациональных функций от функций  $\sin x$  и  $\cos x$ . Универсальная тригонометрическая замена. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие интегральной суммы. Определенный интеграл в смысле Римана, его свойства. Ограниченность подынтегральной функции как необходимое условие сходимости определенного интеграла. Теорема о среднем. Определенный интеграл как функция переменного верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Замена переменной под знаком определенного интеграла. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы и их сходимость. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства. Применение определенного интеграла для вычисления площади криволинейной трапеции, длины дуги кривой в декартовых и полярных координатах, площади криволинейного сектора, заданного в полярной системе координат, объема и площади тела вращения. Методы вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона.

Дифференциальные уравнения.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Нормальная форма уравнения. Поле направлений и изоклины. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения вида. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Метод Бернулли и вариации произвольной посто-



янной. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Понятие общего решения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись нормальной системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства решений. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие об уравнениях в частных производных. Общая классификация уравнений в частных производных.

Функции нескольких переменных (ФНП). Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция). Предел функции нескольких переменных. Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Производная по направлению. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный).

Числовые и функциональные ряды.

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Методы исследования абсолютной сходимости рядов. Теоремы сравнения. Признак Даламбера и радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши. Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Условная сходимость ряда. Признак Лейбница. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость функциональной последовательности, ряда. Признак Вейерштрасса. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональной последовательности, ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность их суммы. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

### 4.3. Практические занятия, их содержание, очная форма обучения

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий	Форма проведения	Формируемые компетенции
1	1	Матрицы. Элементарные преобразования матриц.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
2-3	1	Определители матрицы. Решение систем линейных уравнений. Методы Крамера, Гаусса, обратной матрицы решения систем линейных уравнений.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
4	1	Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
5-8	1	Деление отрезка в данном отношении. Расстояние от точки до прямой. Преобразование координат точки при замене системы координат.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>

		Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых. Кривые 2-го порядка.		
9	1	Предел числовой последовательности. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
10-11	1	Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференциал функции одной переменной. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
12-13	1	Экстремум функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
14-15	1	Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции одной переменной. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
16-17	1	Приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям). Определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Формула Ньютона-Лейбница.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
18-19	1	Замена переменной под знаком определенного интеграла. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы и их сходимость. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
20-21	1	Применение определенного интеграла для вычисления площади криволинейной трапеции, длины дуги кривой в декартовых и полярных координатах, площади криволинейного сектора, заданного в полярной системе координат, объема и площади тела вращения. Методы вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
22--23	1	Дифференциальные уравнения (ДУ) 1-го порядка: с разделяющимися переменными; однородные; линейные; Бернулли; в полных дифференциалах. ДУ, допускающие понижение порядка.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
24-25	1	Линейные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами однородные и не однородные. Решение задач	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
26-27	1	Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>

		нормальной системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства решений.		
28-31	2	Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Производная по направлению. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее дифференцируемости.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
32-34	2	Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Полный дифференциал ФНП. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный).	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
35-38	2	Числовые ряды, признаки сходимости знакоположительных рядов (Даламбера, Коши) Знакопередающиеся числовые ряды, их сходимость. Знакопеременные числовые ряды, абсолютная и условная их сходимость. Решение задач.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
39-42	2	Функциональные ряды, их равномерная сходимость, Степенные ряды, их радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена разложение в них различных функций.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
43-46	2	Функциональные ряды, их равномерная сходимость, Степенные ряды, их радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена разложение в них различных функций.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
47-52	2	Ряды Фурье, различные виды разложений в них функций. Решение задач. Коллоквиум по приложениям рядов Фурье.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>

### Практические занятия, их содержание, заочная форма обучения

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий	Форма проведения	Формируемые компетенции
1-4	1	Матрицы. Элементарные преобразования матриц. Определители матрицы. Решение систем линейных уравнений. Методы Крамера, Гаусса, обратной матрицы решения систем линейных уравнений. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
5-11	1	Деление отрезка в данном отношении. Расстояние от точки до прямой. Преобразование координат точки при замене системы координат. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравне-	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>

		ние прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых. Кривые 2-го порядка. Предел числовой последовательности. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференциал функции одной переменной. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной.		
12-17	1	Экстремум функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции одной переменной. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения. Приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям). Определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Формула Ньютона-Лейбница	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
18-23	1	Замена переменной под знаком определенного интеграла. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы и их сходимости. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства. Применение определенного интеграла для вычисления площади криволинейной трапеции, длины дуги кривой в декартовых и полярных координатах, площади криволинейного сектора, заданного в полярной системе координат, объема и площади тела вращения. Методы вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона. Дифференциальные уравнения (ДУ) 1-го порядка: с разделяющимися переменными; однородные; линейные; Бернулли; в полных дифференциалах. ДУ, допускающие понижение порядка.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>
24-34	1	Линейные ДУ $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами однородные и не однородные. Решение задач. Нормальная система дифференциальных уравнений. Автономные системы. Векторная запись нормальной системы. Геометрический смысл решения. Фазовое пространство (плоскость), фазовая кривая. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства решений. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Производная по направлению. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее диф-	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>

		ференцируемости. Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Полный дифференциал ФНП. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный).		
35-46	2	Числовые ряды, признаки сходимости знакоположительных рядов (Даламбера, Коши) Знакопеременные числовые ряды, их сходимость. Знакопеременные числовые ряды, абсолютная и условная их сходимость. Решение задач. Функциональные ряды, их равномерная сходимость, Степенные ряды, их радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена разложение в них различных функций Функциональные ряды, их равномерная сходимость, Степенные ряды, их радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена разложение в них различных функций. Ряды Фурье, различные виды разложений в них функций. Решение задач. Коллоквиум по приложениям рядов Фурье.	Практическое занятие	<b>ОПК-7</b>

## 5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов и оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 5.1. Текущий контроль

(Указываются вид и формы текущего контроля по дисциплине)

\_\_\_опрос, тестирование, контрольная

#### а) Образцы тестовых и контрольных заданий текущего контроля

##### Контрольная работа №1 (раздел 1,2)

1. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A(3;4), B(2;-1); C(1;-7) и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB.
2. Найти угол между плоскостью  $\alpha$ , заданной уравнением  $3x - y + 2z - 4 = 0$ , и прямой, проходящей через начало координат и точку M(2;-1;3). Вычислить расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ .
3. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки M(3;2;1) на прямую

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$$

4. Построить кривые по заданным уравнениям:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$$y^2 = 9x$$

5. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу  $A^{-1}$  и установить, что  $AA^{-1} = E$ .

6. Вычислить  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & 11 & 16 \\ 2 & -7 & 7 & 7 \end{vmatrix}$ .

7. Методом Гаусса решить систему уравнений и сделать проверку:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2 \\ -3x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 2x_4 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

8. Решить систему уравнений по формулам Крамера и сделать проверку:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 10 \end{cases}$$

#### Контрольная работа №2 (разделы 3,4)

- 1 Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n-1} = \frac{3}{2}$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

- 2 Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

- 3 Вычислить пределы функций:

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{x} \right)^{1+x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5} \right)^{\frac{1}{2-x}}$

4. Найти производные следующих функций:

a)  $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$

b)  $y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x$

c)  $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$

d)  $y = x^{2x} \cdot 5^x$

5. Найти производную  $y'''$  функции  $y = x \cdot \cos x^2$ .

6. Найти пределы, пользуясь правилом Лопиталья:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ;      b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$ ;

7. Провести исследование функций и построить их графики:

$$y = x^3 - 3x$$

$$y = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$$

8. Найти интегралы:

$$\int (3x^{-4} + 8x^{-5}) dx; \int (\sin x - 5) dx; \int \frac{xdx}{\sin^2 x^2}; \int a^{x^4} x^3 dx;$$

$$\int \arcsin 3x dx;$$

$$\int_1^4 (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) dx; \int_5^{5\sqrt{3}} \frac{dx}{25 + x^2}; \int_0^3 \sqrt[3]{3x-1} dx; \int_0^1 xe^{-x} dx;$$

9. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y=x^2+1$ ,  $y=0$ ,  $x=-1$ ,  $x=2$

### Контрольная работа №3 (разделы 5, 6)

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных:

$$u = \frac{x^2}{y-2z}$$

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов:

$x_i$	1,0	1,5	2,0	3,0	3,3
$y_i$	8,1	9,0	11,2	13,8	14,7

4. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' - \frac{2}{x}y = 2x^3$$

$$y' = \frac{y}{x}$$

$$(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0; y(2) = 1$$

5. Исследовать сходимость ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)3^n}$$

6. Найти интервал сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n!x^n$$

**б) Рефераты, доклады, эссе – не предусмотрены.**

**в) Курсовые работы - не предусмотрены.**

### 5.2. Методические указания по организации самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и преследует несколько целей: закрепление и углубления полученных знаний и навыков; поиск и приобретение новых знаний; выполнение учебных заданий и подготовка к пред-

стоящим занятиям и экзамену. Самостоятельная работа предусматривает, как правило, подготовку к практическим занятиям и промежуточному контролю.

Работа с литературой подразумевает самостоятельное изучение теоретического материала и разработку практических творческих заданий. При самостоятельной работе над разделами дисциплины, при выполнении практических работ, при подготовке к промежуточному контролю студент должен изучить соответствующие разделы основной и вспомогательной литературы по дисциплине, а также использовать указанные в перечне интернет-ресурсы.

В процессе самостоятельной учебной деятельности формируются необходимые умения: способность анализировать свои познавательные возможности и планировать свою познавательную деятельность; навыки работы с источниками информации (текстами, таблицами, схемами) и навыки анализа и систематизации учебной информации; способность делать выводы и контролировать свои учебные действия; самостоятельно контролировать полученные знания.

Процесс подбора необходимой литературы, сбор и подготовка материала к докладу или реферату, формирует у студентов навыки самостоятельного поиска и систематизации информации, повышению уровня теоретической подготовки, более полному усвоению изучаемого материала и применению своих знаний на практике

Самостоятельная работа студентов предусматривает: освоение теоретического материала, подготовку к практическим занятиям, выполнение практических работ, подготовку к контрольным работам и экзамену

#### Тема 1. Определители, матрицы и системы линейных уравнений

1. Что такое линейное уравнение относительно неизвестных  $x$  и  $y$ ? Приведите примеры.
2. Какие из приведенных ниже записей представляют собой линейные уравнения относительно  $x$  и  $y$ ?
  - а)  $3x - y = 1$ .
  - б)  $2x = 5$ .
  - в)  $by = c$ .
  - г)  $2x - xy + y = 3$ .
3. Что называется решением линейного относительно  $x$  и  $y$  уравнения? Сколько различных решений имеет линейное уравнение? Как геометрически изображается множество таких решений?
4. Что называется решением системы, составленной из двух линейных относительно  $x$  и  $y$  уравнений? Сколько различных решений может иметь такая система?
5. Что называется определителем системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными? Что такое определитель неизвестного  $x$ ? Определитель неизвестного  $y$ ? В каких случаях, зная определитель такой системы и определитель каждого из неизвестных, мы можем найти решение системы?
6. Как по величинам определителей системы двух уравнений с двумя неизвестными и каждого из этих неизвестных можно судить о множестве решений системы?
7. Перечислите и проиллюстрируйте примерами известные вам свойства определителей второго порядка?
8. Что такое определитель третьего порядка?
9. Каким образом при помощи определителей можно найти решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными? Всегда ли это возможно?
10. Что можно сказать о множестве решений системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными, определитель которой равен нулю?
11. Запишите в общем виде формулу разложения определителя по элементам его третьей строки и проиллюстрируйте её на конкретном примере.
12. Что называется определителем  $n$ -го порядка? Каковы его основные свойства?
13. Что называется минором и алгебраическим дополнением?
14. Каковы способы вычисления определителей?
15. Что называется матрицей?
16. Что такое  $m \times n$  –матрица? Что называется вектор-строкой? вектор-столбцом?
17. Как определяется произведение матрицы на число? Сумма двух матриц? Всякие ли две матрицы можно сложить?
18. Как определяется произведение двух матриц? Каким условиям должны удовлетворять числа  $m$ ,  $n$ ,  $p$  и  $q$ , чтобы произведение  $A \cdot B$   $m \times n$ - матрицы  $A$  на  $p \times q$ - матрицу  $B$  имело смысл? Какой размер будет иметь в этом случае матрица  $A \cdot B$ ?
19. Обладает ли операция умножения матриц свойством коммутативности? Свойством ассоциативности?
20. Что такое единичная матрица? Какими свойствами она обладает?



21. Какие матрицы называются квадратными? Всегда ли выполнимы операции сложения и умножения для квадратных матриц одного и того же порядка? Перечислите основные свойства этих операций.
22. Что называется определителем квадратной матрицы? Как можно вычислить определитель произведения двух матриц, зная величины определителей каждого из сомножителей?
23. Что такое обратная матрица? Всякая ли матрица имеет обратную? Сколько различных обратных матриц может существовать у одной и той же матрицы?
24. Что называется матрицей и расширенной матрицей системы линейных уравнений?
25. В каких случаях и как именно при помощи определителей можно получить решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными?
26. Какая система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными называется однородной? Как по величине определителя этой системы можно судить о множестве её решений?
27. При каком условии система  $n$  линейных однородных линейных уравнений с  $n$  неизвестными имеет ненулевое решение?
28. Что такое ранг матрицы? Поясните свой ответ примерами.
29. В чем состоит метод Гаусса решения системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными? Проиллюстрируйте его на конкретном примере.
30. Сформулируйте условия разрешимости системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
31. Как записывается в матричной форме система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными? Как её можно решить, используя матрицу, обратную к матрице коэффициентов? Всегда ли такое решение возможно?

#### Тема 2. Аналитическая геометрия на плоскости

1. Запишите в общем виде уравнения прямой (в векторной и координатной форме), проходящей на плоскости  $xOy$  через данную точку перпендикулярно данному вектору. Приведите примеры.
2. Что называется общим уравнением прямой на декартовой координатной плоскости? Как будет расположена прямая относительно осей координат, если те или иные коэффициенты в её общем уравнении равны 0? Приведите примеры.
3. Какие специальные виды уравнений прямой на декартовой координатной плоскости вы знаете? Приведите примеры.
4. По каким формулам можно находить угол между двумя прямыми на декартовой координатной плоскости? Поясните свой ответ примерами. Сформулируйте условия коллинеарности и перпендикулярности двух прямых.
5. Напишите формулу, по которой определяется расстояние между двумя точками, если: а) точки имеют одинаковые абсциссы, но различные ординаты; б) точки имеют одинаковые ординаты, но различные абсциссы; в) одна из этих точек совпадает с началом координат.
6. Чем отличаются друг от друга декартовы координаты двух точек, симметричных относительно оси  $Oy$ ?
7. Как выражаются координаты середины отрезка через координаты его концов?
8. Как выражаются координаты центра тяжести треугольника через координаты его вершин?
9. Как по координатам трёх точек установить, лежат ли они на одной прямой?
10. Как убедиться, что данная точка лежит на данной линии?
11. Как найти точку пересечения двух линий, заданных своими уравнениями?
12. Всегда ли уравнение вида  $f(x; y)=0$  определяет некоторую линию на плоскости? Приведите примеры.
13. Как связаны декартовы и полярные координаты точки, если полюс совпадает с началом декартовой системы координат, а направление полярной оси – с положительным направлением оси абсцисс?
14. Каково будет направление окружности в полярных координатах, если центр окружности совпадает с полюсом, а радиус её равен  $a$ ?
15. Каков характерный признак, отличающий уравнение прямой в декартовой системе координат от уравнений других линий?
16. Как расположена прямая относительно системы координат, если в её уравнении отсутствует: а) свободный член, б) одна из координат, в) одна из координат и свободный член? Напишите уравнения осей декартовой системы координат.
17. Как вычислить угол между двумя прямыми? Каковы условия параллельности и перпендикулярности прямых?
18. Как найти угловой коэффициент прямой, если известно её общее уравнение? Можно ли найти угловой коэффициент прямой, не составляя её уравнения, если известны две её точки? Если да, то как это сделать?
19. Как найти расстояние от данной точки до данной прямой, заданной уравнением общего вида?
20. Сформулируйте определения эллипса, гиперболы и параболы. Каковы канонические уравнения этих линий и при каком расположении эллипса, гиперболы и параболы относительно осей координат получаются эти уравнения?

21. Что называется эксцентриситетом эллипса и гиперболы? Какие значения может принимать эта величина?
22. Какие названия носят параметры  $a$  и  $b$  в канонических уравнениях эллипса и гиперболы и почему они так названы?
23. Что называется центром эллипса и гиперболы?
24. Какой вид будут иметь формулы преобразования координат, если начало координат смещается в направлении оси  $Ox$  на расстояние трёх единиц масштаба и направления осей не меняются?
25. В каком случае при повороте системы координат угол поворота считается отрицательным?
26. Каков будет вид формул преобразования координат, если за новую ось абсцисс принять старую ось ординат, а за новую ось ординат – прямую  $y - 2=0$ ?
27. Как с помощью преобразования системы координат можно уничтожить член с произведением координат в общем уравнении линии второго порядка?
28. Какое множество точек называется выпуклым?
29. Докажите теорему о выпуклости пересечения выпуклых множеств точек.
30. Каков геометрический смысл линейного неравенства с двумя переменными и системы таких неравенств?

### Тема 3. Векторы в трёхмерном пространстве

1. Что называется вектором и как он изображается?
2. Что такое направленный отрезок? В каких случаях мы говорим о свободных векторах, скользящих векторах, связанных векторах?
3. Сформулируйте определение понятий коллинеарности и компланарности.
4. Дайте определения понятий суммы и разности векторов, противоположного вектора. Какими свойствами обладают соответствующие операции?
5. Что называется произведением вектора на вещественное число? Какими свойствами обладают соответствующая операция?
6. Что такое проекция вектора на ось? Величина этой проекции? Сформулируйте основные свойства проекций.
7. В чем состоит задача разложения вектора по заданным направлениям? Всегда ли она разрешима? Сколько различных решений она может иметь?
8. Что представляет собой декартова система координат в пространстве? Что такое координата точки, координата вектора? Как выражаются координаты вектора через координаты его начала и конца?
9. Что такое орты координатных осей? Как следует понимать записи вида  $a=(x; y; z)$ ? Каким образом проводятся линейные операции над векторами в координатной форме?
10. Что значит. Что точка  $C$  делит отрезок  $\overrightarrow{AB}$  в отношении  $\lambda$ ? Приведите примеры. Как можно найти точку, делящую данный отрезок в заданном отношении?
11. Докажите, что из трёх медиан произвольного треугольника можно построить треугольник.
12. Что называется координатами вектора?
13. Что называется скалярным произведением двух векторов? Каковы его свойства и геометрический смысл?
14. Приведите известные вам формы для нахождения угла между двумя векторами и проекции вектора на ось (или на направление другого вектора).
15. Дайте определение правой и левой тройки векторов. Приведите примеры.
16. Можно ли задавать все три угла, образуемые вектором с осями координат?
17. Что называется векторным произведением двух векторов? Каковы его свойства и геометрический смысл?
18. Что называется векторно-скалярным (смешанным) произведением векторов? Каковы его свойства и геометрический смысл?
19. Как выражаются в координатах векторов различные действия над ними: сложение, умножение на число, скалярное, векторное и смешанное произведения?
20. Как выражаются в координатах векторов условия их коллинеарности, перпендикулярности, компланарности?

### Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве

1. Запишите в общем виде (в векторной и координатной форме) уравнения плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Приведите примеры.
2. Что называется общим уравнением плоскости? Как будет расположена плоскость относительно координатных осей, если те или иные коэффициенты в её общем уравнении равны нулю? Приведите примеры.
3. По какой формуле можно составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки? Поясните свой ответ примерами.

4. Как можно найти величину угла между двумя плоскостями? В чём состоят условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей? Приведите примеры.
5. Каким образом можно аналитически описать прямую, проходящую через данную точку коллинеарно данному вектору? Приведите примеры.
6. По каким формулам можно найти угол между двумя прямыми? Прямой и плоскостью? В чём состоят условия коллинеарности и перпендикулярности двух прямых? Прямой и плоскостью? Поясните свой ответ примерами.
7. Какими способами можно аналитически задать прямую в декартовом координатном пространстве? Приведите примеры.
8. Почему прямые линии носят название линий первого порядка, а плоскости – поверхностей первого порядка?
9. Как проверить, лежит ли данная точка на поверхности, заданной уравнением?
10. Всегда ли два уравнения с тремя переменными определяют некоторую линию в пространстве? Приведите примеры.
11. Какое множество точек представляет уравнение с двумя переменными, если его рассматривать в пространстве?
12. Как получить уравнения проекции линии на координатные плоскости, если линия задана двумя уравнениями с тремя переменными?
13. При каких условиях общее уравнение второй степени с тремя переменными определяет сферу? Как найти её центр и радиус?
14. Как записать уравнение поверхности вращения, полученной при вращении плоской линии  $f(x; y)=0$  вокруг оси  $Ox$ ? Приведите примеры.
15. Каков характерный признак, отличающий уравнение плоскости в декартовых координатах от уравнений других поверхностей?
16. Как будет располагаться плоскость относительно осей координат, если в её уравнении отсутствуют те или иные члены?
17. Как определить направляющий вектор прямой, если она задана общим уравнением?
18. Как определить угол между двумя плоскостями, между двумя прямыми, между прямой и плоскостью?
19. Каковы условия перпендикулярности и параллельности двух плоскостей, двух прямых, прямой и плоскости?
20. Как найти точку пересечения прямой и плоскости?
21. При каком условии данная прямая лежит в данной плоскости?
22. Написать уравнения координатных осей, рассматривая их как пересечения координатных плоскостей.
23. Как найти расстояние между двумя параллельными плоскостями?
16. При каком условии эллиптический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{становится}$$

поверхностью вращения с осью  $Oz$ ? То же для однополостного гиперболоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

17. Докажите, что линейное неравенство с тремя переменными определяет полупространство.

#### Тема 5. Элементы векторной алгебры

1. В чём состоит сущность метода исключения неизвестных?
  2. Какие преобразования системы линейных уравнений называются элементарными?
3. Какова схема применения метода исключения неизвестных для исследования и решения системы линейных уравнений?
  4. Что называется  $n$ -мерным вектором?
  5. Дайте определение линейных операций над  $n$ -мерными векторами.
  6. Что называется линейным векторным пространством? Приведите примеры.
  7. Что называется линейной комбинацией векторов?
8. В каком случае система векторов называется линейно независимой?
  9. Что называется базисом векторного пространства?
  10. Что называется координатами вектора в данном базисе?
11. Что называется размерностью векторного пространства?
12. Как производится преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.

13. В чём состоит замена одного базисного вектора другим, в данный базис не входящим?

#### Тема 5. Введение в анализ

1. Сформулируйте определение функции. Что называется областью определения функции?
2. Перечислите основные способы задания функции. Приведите примеры.
3. Найдите области определения следующих функций:

$$\text{а) } y = \lg(2 - \sqrt{1+x}); \quad \text{б) } y = \sqrt{2 - \sqrt{1+x^2}};$$

—2

$$\text{в) } y = \arccos(3x - 1)$$

4. Какая функция называется периодической? Приведите примеры.
5. Какая функция называется сложной? Приведите примеры.
6. Какие функции называются элементарными? Приведите примеры.
7. Приведите примеры элементарных функций, естественной областью определения которых является:
  - а) вся числовая ось, за исключением двух точек  $x_1 = 2$  и  $x_2 = 3$
  - б) все положительные значения  $x$ , за исключением тех же двух точек  $x_1 = 2$  и  $x_2 = 3$
8. Как, имея график функции  $y = f(x)$ , можно построить графики функций  $y = f(kx)$ ,  $y = f(kx + b)$ ,  $y = Af(kx + b) + B$ ? Приведите примеры.
9. Сформулируйте определение предела переменной величины, предела функции при стремлении аргумента к некоторому числу и к бесконечности.
10. Как связано понятие предела функции с понятиями пределов слева и справа?
11. Какая величина называется бесконечно малой и каковы её основные свойства?
12. Какая величина называется бесконечно большой? Какова её связь с бесконечно малой?
13. Сформулируйте определения непрерывности функции в точке и на отрезке.
14. Сформулируйте теорему об области непрерывности элементарных функций.
15. Исследуйте на непрерывность функцию  $y = \arctg \frac{1}{x}$ . Найдите пределы этой функции слева и справа в точке  $x = 0$
16. Покажите, что величины  $\sin x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ , бесконечно малые при  $x \rightarrow 0$ , эквивалентны друг другу.
17. Пусть  $x \rightarrow 0$ . При каком значении  $a$  бесконечно малые  $a \sin^2 x$  и  $(1 - \cos x)$  будут эквивалентны?

#### Тема 6. Производная и дифференциал

1. Сформулируйте определение производной. Найдите производную функции  $y = x/(x-1)$ , пользуясь только определением производной.
2. Каков геометрический смысл производной?
3. Что называется касательной к кривой в точке? Как составить её уравнение? Что называется нормалью к кривой в точке? Как составить её уравнение?
4. Каков механический смысл первой и второй производных?
5. Может ли функция иметь производную в точке, в которой она имеет разрыв?
6. Функция в данной точке дифференцируема. Следует ли отсюда, что она непрерывна в этой точке?
7. Перечислите общие правила дифференцирования функций и формулы дифференцирования основных элементарных функций.
8. Как найти первую и вторую производные функции, заданной параметрически?
9. Что называется дифференциалом функции? Что такое дифференциал независимой переменной?
10. Каков геометрический смысл дифференциала функции?
11. Чем отличается дифференциал функции от её приращения? Для каких функций дифференциал тождественно равен приращению?

#### Тема 7. Приложения производной для исследования функций

1. Каковы основные признаки возрастания и убывания функции?
2. Покажите, что функция  $y = e^x$  возрастает, а функция  $y = \sin x - x$  убывает в любом промежутке.
3. Что называется экстремумом функции? Как найти максимумы и минимумы функции? Сформулируйте два правила.
4. Приведите пример, показывающий, что обращение производной в нуль не является достаточным условием экстремума функции.

5. Чем отличается максимум функции, заданной на некотором отрезке, от её наибольшего значения? То же о минимуме и наименьшем значении функции.
6. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке? Всегда ли они существуют?
7. Как формулируется теорема Ролля? Каков её геометрический смысл?
8. Как формулируется теорема Лагранжа? Каков её геометрический смысл?
9. Перечислите типы неопределённостей, для раскрытия которых может быть использовано правило Лопитала. Приведите примеры.
10. Напишите формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. В каком случае эта формула называется формулой Маклорена?
11. Напишите формулы Маклорена для функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ .
12. Как используется формула Тейлора для вычисления приближенных значений функции с заданной точностью? Приведите примеры.
13. Как находятся интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции? Приведите примеры.
14. Что называется асимптотой кривой?
15. Как находятся вертикальные и неvertикальные асимптоты графика функции?
16. Каковы основные пункты общей схемы исследования функции и построения её графика?

#### Тема 8. Приближенное решение уравнений

1. В чём состоят методы хорд, касательных и комбинированный метод приближенного решения уравнений?
2. В каком случае приближенное значение корня уравнения, полученное при помощи касательной, может оказаться лежащим вне отрезка, на котором отделен корень? Как этого избежать?

#### Тема 9. Функции нескольких переменных

1. Сформулируйте определение функции нескольких переменных.
2. Что называется областью определения функции нескольких переменных? Каково её геометрическое изображение в случае функции двух или трёх переменных?
3. Каковы способы задания функции двух переменных?
4. Каковы способы геометрического изображения функций двух и трёх переменных? Что называется линией и поверхностью уровня?
5. Как определяются понятия предела и непрерывности функции нескольких переменных?
6. Приведите пример функции двух переменных, непрерывной всюду, кроме каждой точки окружности  $x^2 + y^2 = 1$ .
7. Сформулируйте определение частных производных. Каков их геометрический смысл в случае функции двух переменных?
8. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции нескольких переменных?
9. Докажите, пользуясь понятием дифференциала, что относительная погрешность произведения равна сумме относительных погрешностей сомножителей.
10. Докажите, пользуясь понятием дифференциала, что максимальная относительная погрешность частного равна сумме относительных погрешностей делимого и делителя.
11. Сформулируйте определения частных производных высших порядков
12. Докажите, что функция  $u = \ln \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$  удовлетворяет уравнению
 
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$
13. Как определяется экстремум функции двух переменных? Каковы необходимые условия экстремума?
14. Как можно найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области?
15. Что называется условным экстремумом и каков метод его нахождения?
16. Что называется производной по направлению и градиентом функции нескольких переменных?
17. Как выражается производная по направлению через градиент и единичный вектор направления?
18. Докажите, что производная от функции по направлению линии уровня этой функции равна нулю.

#### Тема 10. Неопределенный интеграл

1. Сформулируйте определение первообразной функции. Докажите, что любые две первообразные для одной и той же функции могут отличаться только на постоянное слагаемое.
2. Что называется неопределенным интегралом? Каков его геометрический смысл?
3. Постройте кривые семейства  $y = \int x dx$ , проходящие через точки  $M_1(2; 1)$ ,  $M_2(2; 2)$ ,  $M_3(2; 3)$ .
4. Укажите целесообразные подстановки для отыскания интегралов:

$$\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx, \quad \int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx, \quad \int \frac{e^{\arctg x}}{1 + x^2} dx, \\ \int x^5 \cdot \sqrt{1 + 4 \cdot x^6} dx, \quad \int \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

5. Выведите формулу интегрирования «по частям».
6. Укажите, какие из приведенных ниже интегралов целесообразно интегрировать «по частям»:

$$\int x \cdot \arctg x dx, \quad \int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx, \quad \int \frac{x^3}{\sqrt{4 - x^2}} dx, \\ \int \frac{\arcsin x}{x^2} dx, \quad \int \sqrt[7]{\sin^3 x} \cdot \cos^3 x dx, \quad \int \cos x \cdot \ln(\sin x) dx, \\ \int x^2 \cdot e^x dx.$$

7. В чём заключается метод интегрирования рациональных функций?

#### Тема 11. Определённый интеграл

1. Сформулируйте определение определенного интеграла. Каковы его свойства и геометрический смысл?
2. Как можно геометрически истолковать тот факт, что определенный интеграл от функции, не равной тождественно нулю, может оказаться равным нулю?
3. Докажите формулу Ньютона – Лейбница.
4. При каких условиях возможна замена переменной интегрирования в определенном интеграле?
5. Как определяется длина дуги кривой? Каков способ её вычисления?
6. Выведите формулу для объема тела вращения.
7. Как вычисляется объем тела с заданными площадями параллельных сечений?
8. Дайте определение площади поверхности тела вращения.
9. Выведите формулу трапеций и Симпсона для приближенного вычисления определенного интеграла.
10. Что называется несобственным интегралом с бесконечными пределами?
11. Может ли бесконечно протяженное тело иметь конечный объем? Рассмотрите пример тела, образованного вращением кривой  $y = e^{-x} (0 \leq x < +\infty)$  вокруг оси  $Ox$ .

#### Тема 12. Двойной интеграл

1. Что называется интегральной суммой для функции двух переменных по некоторой области?
2. Что называется двойным интегралом? Каковы его основные свойства?
3. Как производится вычисление двойного интеграла?
4. Напишите формулу для площади криволинейной трапеции при помощи определенного интеграла функции одной переменной и двойного интеграла. Преобразуйте вторую формулу в первую.
5. Напишите формулу, выражающую объём цилиндрического тела через двойной интеграл.
6. Вычислите интеграл Пуассона с помощью двойного интеграла.

#### Тема 13. Дифференциальные уравнения

1. Какое уравнение называется дифференциальным? Что называется порядком дифференциального уравнения? Приведите примеры.
2. Что называется решением дифференциального уравнения? Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое – частным? Каков их геометрический смысл?
3. Сформулируйте теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
4. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными и как оно интегрируется? То же об однородном и линейном уравнениях первого порядка.

- Докажите, что в точках прямой, проходящей через начало координат, касательные к интегральным кривым однородного уравнения первого порядка параллельны.
- Определите, к какому виду относятся следующие дифференциальные уравнения:

$$(x - y) \frac{dy}{dx} = 2xy; \quad (1+x^2) \frac{dy}{dx} - 2xy = (1+x^2)^2; \quad \frac{dy}{dx} + \frac{y^3}{x^2 - 1} = 0$$

- Приведите пример дифференциального уравнения второго порядка, решение которого можно найти методом понижения порядка.
- Что называется характеристическим уравнением и как оно составляется для заданного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
- Как составляется общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

#### Тема 14. Ряды

- Что называется рядом? В каком случае ряд называется сходящимся, а в каком расходящимся? Что называется суммой ряда?
- Почему при исследовании сходимости ряда можно отбрасывать любое конечное число начальных членов?
- Сформулируйте необходимый признак сходимости рядов. Приведите примеры.
- Сформулируйте признак сходимости и расходимости рядов, основанный на сравнении рядов. Приведите примеры.
- Сформулируйте признак Даламбера сходимости рядов. Приведите примеры.
- Какие ряды называются знакочередующимися? Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Приведите примеры.
- Какие числовые знакопеременные ряды называются абсолютно сходящимися и какие условно сходящимися?
- Укажите, какие из приведенных ниже рядов сходятся абсолютно и какие условно:

$$1 - \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} - \frac{1}{4^5} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n^5} + \dots, \blacksquare$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}} + \frac{1}{\sqrt[4]{4}} + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[4]{n}} + \dots, \blacksquare$$

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} + \dots, \blacksquare$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{2a} + \frac{1}{3a} - \frac{1}{4a} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{na} + \dots \quad .$$

- Какой ряд называется функциональным? Что называется областью сходимости функционального ряда? Приведите примеры.
- Что называется степенным рядом?
- Что называется интервалом (промежутком) сходимости и радиусом сходимости степенного ряда? Как их можно найти?
- Как найти область сходимости степенного ряда? Приведите примеры.
- Приведите примеры степенных рядов, имеющих нулевой, конечный и бесконечный радиусы сходимости.
- Что называется рядом Тейлора функции? В каком случае этот ряд называется рядом Маклорена?
- Напишите разложения в ряд Маклорена функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\ln(1+x)$ . Для каких областей  $x$  справедливы эти разложения?
- В чём заключается суть применения рядов для приближенных вычислений? Приведите примеры.
- Как применяются ряды для вычисления приближенных значений определенных интегралов? Приведите примеры.

### 5.3. Промежуточный контроль: \_\_\_\_\_ зачет / экзамен

(Приводятся контрольные вопросы и задания для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины).

#### Перечень вопросов к зачету, экзамену

##### 1 семестр – вопросы к зачету.

1. Матрица. Определение. Виды матриц. Свойства матриц. Единичная матрица.
2. Операции над матрицами.
3. Линейные преобразования матриц.
4. Ранг матрицы. Линейная зависимость строк, столбцов матрицы.
5. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.
6. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Теорема Лапласа
7. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы с помощью союзной матрицы. Пример.
8. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера. Пример
9. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы. Пример.
10. Система линейных однородных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
11. Система  $m$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Векторы, линейные операции над векторами.
13. Линейная зависимость векторов, коллинеарность, компланарность.
14. Проекция вектора на ось, плоскость, разложение вектора по базисным векторам.
15. Нелинейные операции над векторами. Скалярное произведение 2-х векторов и его свойства.
16. Нелинейные операции над векторами. Векторное произведение 2-х векторов и его свойства.
17. Нелинейные операции над векторами. Смешанное произведение 3-х векторов и его свойства.
18. Разложение векторного произведения по базисным векторам.
19. Понятие  $n$ -мерного вектора, гиперплоскость.
20. Собственные числа, собственные вектора.
21. Преобразование координат вектора в  $n$ -мерном пространстве.
22. Декартова и полярная системы координат. Уравнение линии в них. Примеры.
23. Связь декартовой системы координат и полярной.
24. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: расстояние между двумя точками.
25. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: деление отрезка в заданном отношении.
26. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
27. Уравнение прямой в отрезках на осях. Общее уравнение прямой и его исследование.
28. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
29. Общее уравнение прямой и его исследование. Его связь с другими уравнениями прямой.
30. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
31. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: точка пересечения двух прямых.
32. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости: расстояние от точки до прямой.
33. Окружность. Определение. Общее уравнение. Каноническое уравнение.
34. Эллипс. Определение. Общее уравнение. Каноническое уравнение. Фокус. Эксцентриситет.
35. Гипербола. Определения. Канонические уравнения.
36. Парабола. Определения. Канонические уравнения.
37. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
38. Прямая в пространстве. Канонические уравнения прямой. Параметрические уравнения прямой.
39. Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности прямой и плоскости.
40. Поверхности второго порядка.

##### 2 семестр – вопросы к экзамену.

1. Множество. Действия над множествами.
2. Функция. Определение. Способы задания. Область определения. Множество значений. Примеры.
3. Четность и нечетность функции. Монотонность. Ограниченность. Периодичность. Примеры.
4. Элементарные функции, их свойства.



5. Числовая последовательность. Определение. Определение и геометрический смысл предела числовой последовательности.
6. Основные теоремы о пределах.
7. Бесконечно малая величина. Определение. Свойства бесконечно малых.
8. Бесконечно большая величина. Свойства бесконечно больших. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
9. Правила раскрытия неопределенностей  $\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}$ , заданных отношениями многочленов
10. Предел функции в точке. Определение. Геометрический смысл.
11. Первый и второй замечательные пределы.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса, Коши.
13. Задачи, приводящие к понятию производной: о касательной, о скорости движения, о производительности труда.
14. Определение производной. Пример нахождения производной функции, исходя из определения производной.
15. Основные правила дифференцирования.
16. Производная сложной и обратной функции.
17. Таблица производных.
18. Логарифмическое дифференцирование.
19. Производные высших порядков.
20. Уравнение касательной к графику функции в данной точке
21. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши (формулировки, геометрический смысл).
22. Правило Лопитала раскрытия неопределенностей.
23. Достаточные условия возрастания и убывания функции.
24. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума.
25. Достаточные условия экстремума функции.
26. Выпуклость функции. Точки перегиба.
27. Асимптоты графика функции.
28. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
29. Первообразная функция. Таблица интегралов.
30. Неопределенный интеграл. Определения.
31. Свойства неопределенного интеграла.
32. Метод подведения функции под знак дифференциала.
33. Интегрирование иррациональных выражений.
34. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простые дроби.
35. Интегрирование тригонометрических функций.
36. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
37. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
38. Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Экономический смысл определенного интеграла.
39. Свойства определенного интеграла.
40. Формула Ньютона-Лейбница.
41. Метод замены переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
42. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление объемов тел вращения.
43. Дифференциальные уравнения. Общие понятия. Обыкновенные дифференциальные уравнения и дифференциальные уравнения в частных производных.
44. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
45. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
46. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения.
47. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными
48. Предел и непрерывность функций 2-х переменных
49. Частные производные. Необходимое условие дифференцируемости функции.
50. Полный дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости функций.
51. Частные производные и дифференциал высших порядков.
52. Экстремум функций 2-х переменных. Необходимое и достаточное условия.
53. Метод наименьших квадратов.
54. Числовые ряды. Основные свойства. Сумма ряда, остаток ряда, частичная сумма.
55. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
56. Признак сходимости Даламбера числовых рядов.
57. Признак сходимости Коши числовых рядов.

58. Интегральный признак сходимости числовых рядов.  
 59. Положительный ряд. Необходимое и достаточное условия сходимости.  
 60. Абсолютная и условная сходимость знакочередующегося ряда.  
 61. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость.  
 62. Степенные ряды. Свойства степенных рядов.  
 63. Степенные ряды. Радиус и область сходимости.  
 64. Ряды Тейлора и Маклорена.  
 65. Разложение в степенные ряды элементарных функций:  $e^x$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$ .  
 66. Разложение в степенные ряды элементарных функций:  $(1+x)^a$ ,  $\ln(x)$ .

### Образцы тестов, заданий к зачету, билетов, тестов, заданий к экзамену

#### \_\_\_ Инструкция для студента

Тест состоит из вопросов по отдельным разделам курса: А, В, С, D, Е. На выполнение каждого раздела отводится 45 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если задание не удается выполнить сразу, переходите к следующему. Если остается время, вернитесь к пропущенным заданиям.

К каждому заданию дано несколько ответов, из которых один или более верных. Решите задание или дайте ответ, сравните полученный ответ с предложенными. В бланке ответов под номерами заданий напротив соответствующего раздела поставьте цифру или букву, выбранных Вами ответов.

#### Раздел А. Контрольный тест по линейной алгебре и аналитической геометрии.

А1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 5 & 7 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 8 \\ -3 & 10 & -3 & 6 \end{vmatrix}$$

Варианты ответов:

- 1) -1920; 2) 480; 3) 0; 4) -3840; 5) 1040.

А2. Найти максимальное число линейно-независимых строк матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & -5 & 2 & -8 & -11 \\ 2 & 4 & 2 & 10 & 12 \\ 2 & -3 & 3 & -3 & -5 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

А3. Указать, какая из матриц имеет обратную:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 8 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Варианты ответов:

- 1) А; 2) В; 3) С; 4) D; 5) Е.

А4. Найти число базисных решений системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ 5x_1 + 9x_2 - 10x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$$

Варианты ответов:

- 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5; 5) 6.

A5. Найти матрицу  $C = A \cdot B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . В ответе указать определитель

матрицы  $C$ .

Варианты ответов:

- 1) -4; 2) -12; 3) 6; 4) 0; 5) 4.

A6. Найти острый угол между прямыми:  $3x + y - 7 = 0$  и  $2x - y + 1 = 0$ .

Варианты ответов:

- 1) 0; 2)  $30^\circ$ ; 3)  $90^\circ$ ; 4)  $45^\circ$ ; 5)  $60^\circ$ .

A7. Определить координаты центра окружности:  $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$ .

Варианты ответов:

- 1) (4;-3); 2) (-4;3); 3) (-3;-4); 4) (4;3); 5) (0;0).

A8. При каком значении параметра  $a$  прямые:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{5}$  и  $\frac{x+6}{4} = \frac{y-2}{a}$  параллельны?

Варианты ответов:

- 1) 8; 2) 4; 3) 10; 4) -3; 5) 5.

A9. Найти расстояние между точками А (1;1) В (4;-3).

Варианты ответов:

- 1)  $\sqrt{17}$ ; 2) 5; 3) 6; 4)  $\sqrt{21}$ ; 5) 4.

A10. Найти эксцентриситет эллипса  $4x^2 + 9y^2 = 36$ .

Варианты ответов:

- 1)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ; 2)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ; 3)  $\frac{2}{3}$ ; 4)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ; 5)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## ПРАВИЛЬНЫЕ

## ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ ПО МАТЕМАТИКЕ

Ра здел	Номер задания									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А	1	3	1	4	1	4	1	3	2	1

### Оценка результатов тестирования.

Каждый тест оценивается по пятибалльной системе:

более 8 правильных ответов – «пять»;

от 7 до 8 правильных ответов – «хорошо»;

от 5 до 6 – «удовлетворительно»;

не более 4 – «неудовлетворительно».

## Тесты остаточных знаний

### Инструкция для студента

Тест состоит из вопросов по отдельным разделам курса: В, С. На выполнение каждого раздела отводится 45 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если задание не удастся выполнить сразу, переходите к следующему. Если остается время, вернитесь к пропущенным заданиям.

К каждому заданию дано несколько ответов, из которых один или более верных. Решите задание или дайте ответ, сравните полученный ответ с предложенными. В бланке ответов под номерами заданий напротив соответствующего раздела поставьте цифру или букву, выбранных Вами ответов.

Структура теста по разделам «Математического анализа».

#### В. Математический анализ. Часть 1.

1. Множества.
2. Пределы.
3. Производные.
4. Интегралы.

#### С. Математический анализ. Часть 2.

1. Частные производные.
2. Ряды.
3. Дифференциальные уравнения.
4. Приближенные вычисления.

### Раздел В. Контрольный тест по 1-ой части математического анализа (II семестр).

V1. Область определения функции  $y = 3\sqrt{4-x^2} - \frac{2}{\sqrt{x^2-4}}$  :

- а)  $[0,2)$ ; б)  $(-2,2)$ ; в)  $[0,\infty)$ ; г)  $\emptyset$ ; д)  $(-\infty,-2]$ .

V2. Предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-2n}{5n+8}$  равен:

- а)  $-1$ ; б)  $-\infty$ ; в)  $-2/5$ ; г)  $3/5$ ; д)  $-2/8$ .

V3. Предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^x$  равен:

- а)  $e$ ; б)  $-1/e$ ; в)  $1$ ; г)  $1/e$ ; д)  $0$ .

V4. Физический смысл производной функции:

- а) мгновенная скорость; б) сила; в) ускорение; г) работа; д) мощность.

V5. Геометрический смысл производной функции:

- а) тангенс угла между касательной и осью  $Ox$ ;  
б) угол между касательной и осью  $Ox$ ;  
в) угол между касательной и осью  $Oy$ ; ;  
г) синус угла между касательной и осью  $Ox$ ; ;

д) тангенс угла между касательной и осью Оу;

В6. Производная функции  $y=(x-1)e^x$  равна:

- а)  $e^x$ ; б)  $-1/e$ ; в)  $xe^x$ ; г)  $1/e^x$ ; д) 1.

В7. Предел отношения  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$  равен:

- а) -1; б) 0; в)  $+\infty$ ; г)  $-\infty$ ; д) 1.

В8. Наибольшее значение функции  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$  на отрезке  $[-0,9; 0,9]$  равно :

- а) 1; б) -1; в) 0,9; г)  $-100/19$ ; д) 0.

В9. Первообразная неопределенного интеграла  $\int \cos 3x dx$  равна:

- а)  $\sin x$ ; б)  $1/3 \cos x + C$ ; в)  $\cos x + C$ ; г)  $\sin x + C$ ; д)  $1/3 \sin 3x + C$ .

В10. Результат вычисления определенного интеграла  $\int_0^1 x e^{x^2} dx$  равен:

- а)  $e$ ; б)  $(e-1)/2$ ; в) 2; г)  $2e$ ; д)  $(e+1)/2$ .

### Раздел С. Контрольный тест по 2-ой части математического анализа (III семестр).

С1. Область существования функции  $z=xy/(x-y)$ :

- а) вся плоскость  $xOy$ ; б) прямая  $y=x$ ; в) вся плоскость  $xOy$ , кроме прямой  $y=x$ ;

С2. Линия уровня функции  $z=f(x,y)$  это:

- а) прямая  $y=x$ ; б) кривая  $f(x,y)=c$ , где  $c - \text{const}$ ; в) кривая  $x^2+y^2=c^2$ ,  $c - \text{const}$ .

С3. Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции  $y=x^3-e^{2y}$  в точке (2, 0) равна:

- а) 0; б) 12; в) -1; г) 8; д) -8.

С4. Градиент функции  $z=f(x,y)$  это:

- а) скаляр; б) вектор; в) дифференциал; г) производная.

С5. Необходимое условие сходимости числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  это: при  $n \rightarrow \infty$

- а)  $a_n \rightarrow 1$ ; б)  $a_n \rightarrow 0$ ; в)  $a_n \rightarrow \infty$ .

С6. Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{3n^2}$  :

- а) сходится; б) расходится; в) сходится условно; г) сходится абсолютно.

С7. Радиус сходимости числового ряда  $\sum_{x=1}^{\infty} 3^n x^n$  равен:

а)  $1/3$ ; б)  $1$ ; в)  $3$ ; г)  $\infty$ .

С8. Функция  $y=\ln(x)$  в окрестности точки  $x=1$  разлагается:

а) Тейлора; б) Маклорена; в) степенной.

С9. Решение дифференциального уравнения  $y'=2^{x+y}$ :

а)  $2^x-2^y=C$ ; б)  $x+y=C$ ; в)  $2^x+2^y=C$ .

С10. Приближенные вычисления применяются для вычисления:

а) определенного интеграла; б) корней уравнения;  
в) дифференциальных уравнений.

**ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ ПО разделам «Математического анализа»**

Ра здел	Номер задания									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>В</b>	г	в	г	а	а	в	д	б	д	б
<b>С</b>	в	б	б	б	б	г	а	а	в	а б в

**Оценка результатов тестирования.**

Каждый тест оценивается по пятибалльной системе:

- более 8 правильных ответов – «пять»;
- от 7 до 8 правильных ответов – «хорошо»;
- от 5 до 6 – «удовлетворительно»;
- не более 4 – «неудовлетворительно».

**РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИ-  
ТЕТ**

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

**Экзамен по дисциплине: математика**

**БИЛЕТ № 1**

1. Декартова и полярная системы координат. Уравнения линий в них. Примеры.
2. Вычисление площади криволинейной трапеции. Примеры.
3. Задача.

Заведующий кафедрой:

Ю.Л. Матвеев

**РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИ-  
ТЕТ**

Кафедра Высшей математики и теоретической механики

**Экзамен по дисциплине: математика**

## БИЛЕТ № 6

1. Непосредственное интегрирование: свойства интеграла. Примеры.
2. Предел функции на бесконечности. Определение, примеры.
3. Задача.

Заведующий кафедрой:

Ю.Л. Матвеев

1. Найти площадь треугольника ABC с вершинами A (2,1,0), B (1,0,-2), C (5,1,3).
2. Найти угол между прямыми  $l_1, l_2$   
 $l_1: \vec{r} = \vec{i} - 2\vec{k} + t(2\vec{j} - \vec{k})$   
 $l_2: \begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases}$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $P_0(2,1,4)$  перпендикулярно прямой:

мой:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$

4.  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти:  $2A^T A - 4A^{-1}$
5. Исследовать и решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 = -4 \end{cases}$$

1.  $y = 2^{x^2 \sin 7x} + \frac{x}{x+1}$  найти  $y' - ?$

2.  $y = (\sin x)^{x^2}$  найти  $y' - ?$

3.  $y = \operatorname{tg}^2 3x$  найти  $dy - ?$

4.  $y = xe^{3x}$  найти  $y'' - ?$

5.  $\int \frac{dx}{x(2 + \ln x)}$

6.  $\int \operatorname{arctg} x dx$

7.  $\int \frac{2x+3}{(x-1)(x+2)} dx$

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### 6.1 основная литература:

1. Малыгин В.И. Высшая математика: Учебное пособие /. -- М.: ИНФРА-М, 2014. - 365 с.: <http://znanium.com/catalog/product/453924> ЭБС Знаниум

2. Баврин И.И. Высшая математика.- М.:Изд.Центр «Академия»,2005.- 616 с. (30 экз. в Библиотечном фонде РГГМУ)

3. Коваленко Е.Б. Матвеев Ю.Л. Математика. Учеб. метод. Пос. в помощь студенту – заочнику 1-2 курсов. - СПб.:ГПА, 2005.-76 с. . (200 экз. в Библиотечном фонде РГГМУ)

#### **б) дополнительная литература:**

1. Балдин К.В., Башлыков В.Н., Рукосуев А.В. **Высшая математика**: Учебник /; Российская академия образования (РАО). - М.: Флинта: МПСИ, 2010 - 360 с.: <http://znanium.com/catalog/product/217321>

2. Шипачев В.С. **Высшая математика** : учебник . — М. : ИНФРА-М, 2017. — 479 с.— [www.dx.doi.org/10.12737/5394](http://www.dx.doi.org/10.12737/5394). <http://znanium.com/catalog/product/851522> ЭБС Знаниум

3. Соловьев И.А. Шевелев В.В.Червяков А.В. Репин А.Ю. Практическое руководство по высшей математике. Учеб. Пос. . СПб.: Лань, 2008.-320 с. (10 экз. в Библиотечном фонде РГГМУ)

#### **6.3 Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы, электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

Электронно-библиотечная система **elibrary**. Договор № SU-18-12/2017-1 с ООО «РУ-НЭБ» от 18 декабря 2017 года. 1 год с момента предоставления доступа (срок обслуживания по гарантии). Архивный доступ – 9 лет после окончания срока обслуживания по гарантии. До 18 декабря 2018 года.

**База данных Web of Science**. Сублицензионный договор с ГПНТБ России № WoS/910 от 02 апреля 2018 года, с 02 апреля 2018 года по 31 декабря 2018 года.

**База данных Scopus**. Сублицензионный договор с ГПНТБ России № Scopus/910 от 10 мая 2018 года, с 10 мая 2018 года по 31 декабря 2018 года

<http://www.edu.ru> – Российское образование – Федеральный портал – сборник электронных ресурсов на этом портале по естественнонаучной тематике

#### **6.4. электронные образовательные ресурсы (ЭОР):**

<http://www.vesti-nauka.ru> – сайт новостей в науке.

<http://www.lenta.ru/science> - сайт новостей в науке

<http://www.elementy.ru> – сайт, содержащий информацию по всем разделам дисциплины

<http://www.naturalscience.ru> – сайт, посвященный вопросам естествознания

<http://www.college.ru> – сайт, содержащий открытые учебники по естественнонаучным дисциплинам

#### **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**



Одной из задач преподавателей, ведущих занятия по дисциплине «Математика», является выработка у студентов важности и полезности знания дисциплины для последующего изучения общенаучных, общеэкономических и специальных дисциплин.

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры.

Математическая культура предполагает ясное понимание необходимости математического образования в общей подготовке специалиста, в том числе выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Методическая модель преподавания дисциплины основана на применении активных методов обучения. Принципами организации учебного процесса являются:

- выбор методов преподавания в зависимости от различных факторов, влияющих на организацию учебного процесса;
- объединение нескольких методов в единый преподавательский модуль в целях повышения эффективности процесса обучения;
- активное участие студентов в учебном процессе;
- проведение практических занятий, определяющих приобретение навыков решения проблемы;
- приведение примеров применения изучаемого теоретического материала к реальным практическим ситуациям.

Используемые методы преподавания: лекционные занятия с использованием наглядных пособий и раздаточных материалов; метод «мозгового штурма», индивидуальные и групповые задания при проведении практических занятий.

В начале каждого практического занятия преподаватель напоминает студентам основные формулы и приемы по той теме, которая изучается на данном занятии. Затем начинается решение практических задач (примеров) по теме занятий. Первую задачу по каждому разделу темы решает преподаватель. Затем преподаватель либо записывает тексты нескольких задач на доске, либо записывает номера этих задач по задачнику, имеющемуся на столах студентов, и предлагает студентам самостоятельно решить эти задачи. Некоторое время преподаватель наблюдает, как студенты решают и, если дела идут успешно, приглашает одного из студентов к доске для решения очередной задачи. Если же у студентов возникают трудности, преподаватель сам приступает к решению задачи на доске, но делает это медленно с подробным разбором каждого шага решения и с обязательным вовлечением студентов группы в процесс обсуждения алгоритма решения задачи. И так далее, переходя от задачи к задаче, пока не завершится занятие. В конце занятия преподаватель, обычно, задает студентам задание по самостоятельному решению нескольких задач дома (для закрепления навыков решения). В начале следующего занятия обычно проходит обсуждение задач, выполненных самостоятельно на предыдущем занятии.

Целью лекций является изложение теоретического материала и иллюстрация его примерами и задачами. Основным теоретическим результатам должны сопутствовать пояснения об их приложениях к другим разделам математики и к экономическим наукам. Желательно также кратко излагать историю появления наиболее важных понятий и результатов. Курс лекций должен строиться на основе четких формулировок и доказательств основных теорем, так как лишь при таком подходе студенты приобретают математическую культуру, необходимую для дальнейшего изучения математических и общеэкономических дисциплин.

## **8. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспече-**

**ния и информационных справочных систем (при необходимости)**

Тема (раздел) дисциплины	Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Дифференциальное исчисление функций	Операционная система MS Windows Пакеты Office,  <a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – Мир математических уравнений. Exponenta.ru.
Интегрирование функций. Дифференциальные уравнения.	Операционная система MS Windows Пакеты Office,  <a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – Мир математических уравнений. Exponenta.ru.
Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных. Числовые и функциональные ряды.	Операционная система MS Windows Пакеты Office,  <a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> – Мир математических уравнений. Exponenta.ru.

**9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

<p><b>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа</b> ауд.209, посадочных мест 20, Учебный корпус №4, г. Санкт-Петербург, Рижский проспект, д. 11 Лит.А</p> <p><b>Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа</b> ауд.209, посадочных мест 20, Учебный корпус №4, г. Санкт-Петербург, Рижский проспект, д. 11 Лит.А</p> <p><b>Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций</b> ауд.209, посадочных мест 20, Учебный корпус №4,</p>	<p>Помещение оснащено: специализированной (учебной) мебелью, доска меловая.</p> <p>Помещение оснащено: специализированной (учебной) мебелью, доска меловая.</p> <p>Помещение оснащено: специализированной (учебной) мебелью, доска меловая</p>	
--	--	--

<p>г. Санкт-Петербург, Рижский проспект, д. 11 Лит.А</p> <p><b>Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации</b> ауд.209, посадочных мест 20, Учебный корпус №4, г. Санкт-Петербург, Рижский проспект, д. 11 Лит.А</p> <p><b>Помещение для самостоятельной работы</b></p> <p>Читальный зал. Помещение для самостоятельной работы студентов. Посадочных мест – 31. Учебный корпус №4, г. Санкт-Петербург, Рижский проспект, д. 11, лит. А</p>	<p>Помещение оснащено: специализированной (учебной) мебелью, доска меловая</p> <p>Укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.</p> <p>Помещение оснащено: 11 компьютеров.</p>	<p>ОС Microsoft® MS Windows 7 лицензия 61031016</p> <p>Microsoft® Office 2007 лицензия 42048251</p>
---	--	---

## **10. Особенности освоения дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

При определении формы проведения занятий с обучающимся-инвалидом учитываются рекомендации, содержащиеся в индивидуальной программе реабилитации инвалида, относительно рекомендованных условий и видов труда.

При необходимости для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья создаются специальные рабочие места с учетом нарушенных функций и ограничений жизнедеятельности.